

MAT: conoce, aplica y razona en papel y en digital

Ginés Ruiz Bueno; Carmen Ana Sánchez Rojo y Glòria Sanahuja

gines.ruiz@ono.com; cas@vicensvives.es

Vicens Vives; IES ALCÁNTARA – Murcia

RESUMEN

Con este artículo se pretende dar a conocer los libros de Matemáticas de Educación Secundaria Obligatoria del proyecto Aula 3D de la editorial Vicens Vives.

Su adaptación al nuevo currículo, integrando el desarrollo de las competencias clave, posibilita el logro de los estándares de aprendizaje propuestos en dicho currículo para cada nivel educativo.

El proceso de enseñanza y aprendizaje se optimiza con la incorporación de las TIC en el aula mediante EduBook 3D, que ofrece al alumnado la posibilidad de resolver, online y offline, la inmensa mayoría de las actividades, y EduBook PDI, paquete de recursos para la Pizarra Digital.

Matemáticas, educación secundaria, Aula 3D, competencias clave, EduBook 3D, EduBook PDI

1. Cómo aprender Matemáticas con MAT

Con la serie de libros MAT se pretende que el alumno no huya de las matemáticas. ¿Cómo? Introduciendo de manera gradual los conocimientos. Partiendo siempre de una situación particular y, en la medida de lo posible, cercana al alumno. Ejemplificando las explicaciones y proponiendo ejercicios para que se practique inmediatamente.

Obrando de este modo, el aprendizaje se torna natural y el alumno no solo realiza la actividad, sino que entiende todo cuanto hace, gana confianza en sí mismo y, por ende, aprende más, que es nuestro objetivo.

Otro punto que cabe destacar es la gran cantidad de actividades que contiene. Donde, quizás, lo más importante no sea el número, sino que están cuidadosamente graduadas en nivel de dificultad, lo que permite que el aprendizaje se adapte a las necesidades de un alumnado heterogéneo. Todo ello facilita la tarea del profesor, que al fin y al cabo, es quien debe determinar hasta dónde debe llegar cada alumno, pues le permite, de un lado, evitar los sinsabores que lleven al rechazo de la asignatura y, de otro, ayudar a los alumnos más capacitados a alcanzar metas más elevadas satisfaciendo, así, sus ganas de aprender.

La resolución de problemas es un eje fundamental en todos los libros de la serie. Se enseña el método clásico de Pólya con el que se insta al alumno a seguir unos pasos (comprensión, planificación, ejecución y respuesta y comprobación), que aunque no sean explicitados en la resolución de un problema, deben siempre estar presentes en su modo de proceder. A partir de 3.º, además, se le enseña diferentes estrategias, típicas del razonamiento matemático (inducción, razonamiento inverso, ensayo y error...).

Otra característica importante de los libros de la serie es el aumento gradual del formalismo matemático, empezando con un lenguaje muy cercano al alumno en los primeros cursos e introduciendo de forma gradual el rigor del lenguaje matemático, que alcanzará su máximo exponente en la etapa postobligatoria, el Bachillerato.

El uso de herramientas tecnológicas está también presente a lo largo de todos los libros de la serie, tanto como apoyo para la comprensión de conceptos y procedimientos, como para su aplicación a la resolución de situaciones planteadas en contextos reales.

2. Las competencias clave en MAT

La materia de Matemáticas contribuye especialmente al desarrollo de la competencia matemática, reconocida como clave por la Unión Europea, entendida como la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas.

Pero en este proceso de resolución e investigación están involucradas otras muchas competencias; pensar, modelar y razonar de forma matemática, ayuda a la adquisición del resto de competencias:

Competencia en comunicación lingüística

Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de dicha competencia en dos vertientes diferentes. Por un lado, mediante la incorporación del lenguaje matemático a la expresión habitual y, por otro lado, incidiendo en la descripción verbal de los razonamientos y procesos.

Se está trabajando esta competencia en:

- Incorporación de nuevos términos matemáticos.
- Actividades que lleven implícita la obtención de información de un texto o lectura.
- Actividades en las que se pida al alumno/a justificar la respuesta o explicar el procedimiento empleado.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

La competencia matemática se trabaja de manera transversal a lo largo de todos los libros de la serie. Es una constante en nuestros libros la propuesta de situaciones de aprendizaje que permitan desarrollar destrezas como la realización de cálculos, análisis de gráficos, manipulación de expresiones algebraicas, incorporando las TIC como herramienta, así como la solicitud de explicaciones razonadas y argumentos lógicos, que se incrementa a medida que aumenta el nivel del curso.

Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de la competencia en ciencia y tecnología fomentando el desarrollo del pensamiento científico y capacitando a los alumnos para ser capaces de emitir juicios críticos sobre hechos científicos y tecnológicos.

Se está trabajando esta competencia en:

- Actividades con contenidos relativos a la física o biología en las que el alumno/a deba utilizar datos y procesos científicos.
- Actividades en las que se hace referencia a criterios éticos asociados a la ciencia y la tecnología, conservación de los recursos y el medio ambiente o actitudes para llevar una vida física y mental saludable.

Competencia digital

Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de dicha competencia al utilizar calculadoras y herramientas tecnológicas para facilitar la comprensión de contenidos matemáticos.

Se está trabajando esta competencia en:

- Presentación de diferentes herramientas tecnológicas para trabajar los contenidos, desde calculadoras hasta el uso de *software* en línea (Wiris, Geogebra...).
- Actividades que requieran efectuar una búsqueda en un entorno digital.
- Actividades para realizar con un *software* determinado.

Competencia en aprender a aprender

Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de dicha competencia incidiendo en los contenidos relacionados con la autonomía, la perseverancia y el esfuerzo para abordar situaciones de creciente complejidad. También mediante la verbalización del proceso seguido en la resolución de una actividad haciendo que el alumno/a reflexione sobre lo que ha aprendido y planteando cuestiones que vayan más allá para que tome conciencia de lo que le falta por aprender.

Se está trabajando esta competencia en:

- Actividades en las que se pide que se explique cómo se han resuelto.
- Actividades consistentes en la detección y corrección de errores.
- Actividades en las que el alumno/a ha de probar la veracidad o falsedad de un

enunciado.

- La resolución de problemas con más de una solución.
- Actividades en las que se plantee como pregunta final una cuestión que vaya un poco más allá de lo aprendido: ¿Sabrías...
- Actividades en las que se pide que comparen sus resultados y los procedimientos seguidos con los de otros compañeros/as.
- Actividades resueltas que facilitan el proceso de aprendizaje
- Actividades de Evaluación de estándares, al permitir al alumno/a acceder a las soluciones y autoevaluarse.

Competencias sociales y cívicas

Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de dicha competencia planteando actividades en grupo y enseñando a aceptar otros puntos de vista distintos al propio, en particular a la hora de utilizar estrategias personales de resolución de problemas.

Se está trabajando esta competencia en:

- Actividades para resolver en grupo.
- Actividades en las que se pida comparar los resultados con los de sus compañeros, valorar procedimientos diferentes para resolver un mismo problema...

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de dicha competencia mediante la resolución de problemas, puesto que implica una comprensión de la situación, un proceso de planificación (trazar un plan y buscar estrategias), la gestión de los recursos y toma de decisiones, y la evaluación periódica del proceso y valoración de los resultados, proceso extrapolable a cualquier proyecto que se pueda plantear el alumno/a.

Contribuyen también, aunque en menor medida, a la adquisición de confianza en las propias capacidades para enfrentarse con éxito a situaciones inciertas mediante el planteamiento de cuestiones abiertas.

Se está trabajando esta competencia en:

- La exposición y práctica de una determinada estrategia de resolución de problemas.
- Situaciones en las que se pide resolver un problema por vías diferentes.
- Actividades en las que se pide buscar ejemplos para sostener un razonamiento contraejemplos para refutar una afirmación.
- Actividades no rutinarias de razonamiento en las que es esencial la inventiva y la búsqueda de métodos personales para la resolución del problema.

Competencia en conciencia y expresiones culturales

Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de dicha competencia por un lado, poniendo de manifiesto la contribución de la matemática al desarrollo cultural de la humanidad y, por otro, favoreciendo el análisis de producciones artísticas mediante el reconocimiento de relaciones y formas geométricas.

Se está trabajando esta competencia en:

- Actividades que utilizan obras de arte para el estudio de formas geométricas.
- Actividades relacionadas con la identificación de formas geométricas en edificios y objetos del entorno cultural.

Uno de los objetivos de los libros de la serie MAT es que el alumnado desarrolle todas las competencias clave establecidas en el currículo. De ahí que muchas actividades hayan sido diseñadas de manera que incluyan una o varias de dichas competencias. Se indica con los siguientes símbolos:

 Competencia matemática y competencias básicas en ciencias y tecnología (no se indica explícitamente porque se trabaja de forma transversal a lo largo de todo el libro)	 Comunicación lingüística	 Competencias sociales y cívicas
	 Aprender a aprender	 Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor
	 Conciencia y expresiones culturales	
	 Competencia digital	

3. Dominios cognitivos en las actividades de MAT

Las actividades de estos libros han sido diseñadas para que el alumnado se entrene en los tres dominios cognitivos (conocer, aplicar y razonar) que le permitan enfrentarse al contenido de las Matemáticas.

El primer dominio, el **conocimiento**, cubre los hechos, conceptos y procedimientos que necesitan conocer los alumnos, mientras que el segundo, la **aplicación**, se centra en la capacidad de los mismos para aplicar el conocimiento y la comprensión conceptual a la hora de resolver problemas o contestar a preguntas. El tercer dominio, el **razonamiento**, va más allá de la solución de problemas de rutina para abarcar situaciones no conocidas, contextos complejos y problemas con múltiples etapas. [4]

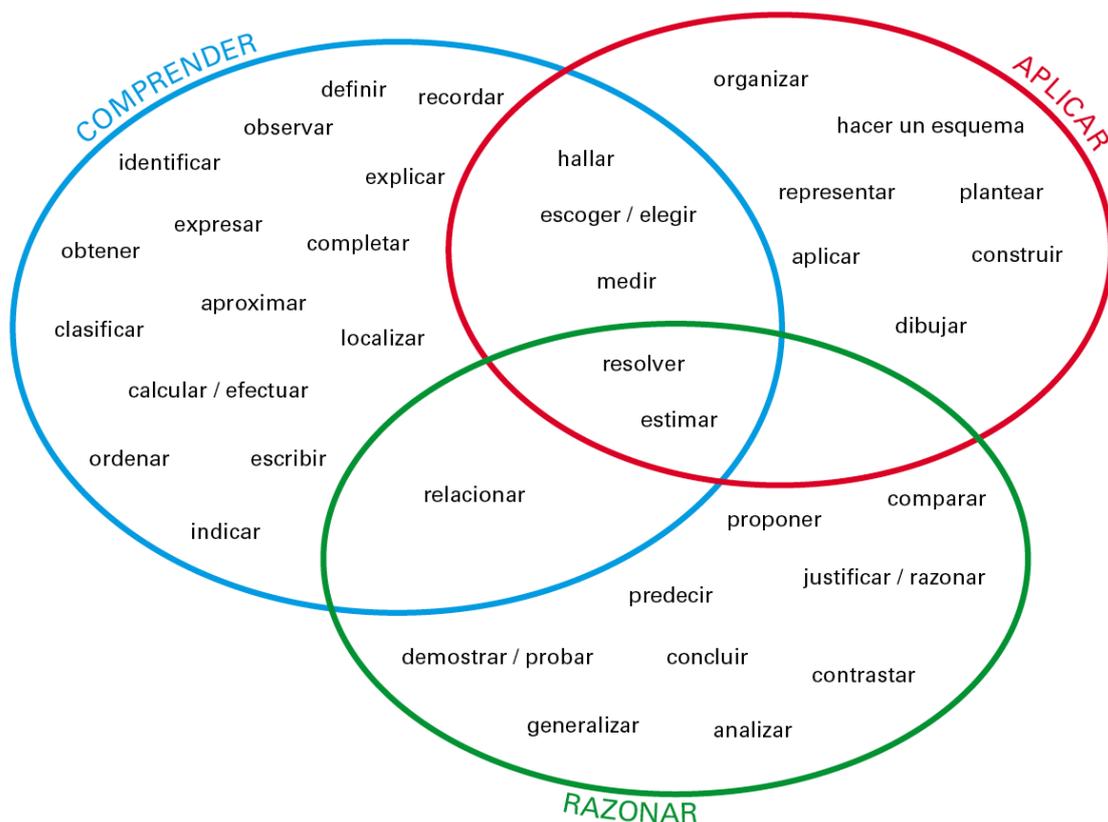
Para indicar a qué dominio pertenece cada una de las actividades de MAT se han utilizado tres colores:

 Conocer	 Aplicar	 Razonar
---	---	---

En la siguiente tabla y diagrama se muestra cómo se clasifican las distintas habilidades y destrezas que se trabajan en las actividades de MAT:

habilidades y destrezas

CONOCER	<ul style="list-style-type: none"> • Recordar definiciones, términos, unidades, propiedades, convenciones matemáticas, etc. • Reconocer o identificar objetos matemáticos (formas, números, expresiones...), entidades matemáticas equivalentes (fracciones equivalentes, decimales y porcentajes...), etc. • Calcular de manera exacta, llevando a cabo procedimientos algebraicos de rutina, o de manera aproximada. • Recuperar u obtener información de gráficos, tablas y otras fuentes. • Medir usando los instrumentos y unidades apropiados. • Clasificar u ordenar objetos matemáticos (números, figuras, expresiones e ideas) según propiedades o atributos.
APLICAR	<ul style="list-style-type: none"> • Seleccionar un método o estrategia conocidos para resolver un problema. • Representar datos en tablas, diagramas, gráficos, etc. • Modelizar un problema con una ecuación, una figura geométrica o un diagrama. • Poner en práctica un conjunto de instrucciones. • Resolver problemas rutinarios, en contextos conocidos o puramente matemáticos.
RAZONAR	<ul style="list-style-type: none"> • Analizar una información, describir o usar relaciones entre variables y hacer inferencias válidas. • Generalizar la resolución de un problema a resultados en términos más generales y más aplicables. • Integrar o realizar conexiones entre elementos, representaciones e ideas; combinar procedimientos y resultados. • Justificar o proporcionar pruebas, mediante referencia a propiedades o resultados matemáticos conocidos. • Resolver problemas no rutinarios en contextos poco conocidos o complejos.



4. Estructura de las unidades

Todos los libros de la serie MAT de Vicens Vives para la ESO se estructuran de la misma manera. Se trata de libros trimestralizados con un total de entre 12 y 14 unidades, ordenadas siguiendo la estructura por bloques propuesta en el currículo de la LOMCE: números y álgebra, geometría, funciones y estadística y probabilidad.

La estructura de cada unidad es la siguiente:

1. Entrada
2. Desarrollo de los contenidos
3. Resolución de problemas
4. Actividades
5. Desarrolla tus competencias
6. Evaluación de estándares
7. Estrategia e ingenio
8. Resumen

A continuación, detallaremos cada uno de estos apartados con el fin de ver que la estructura del libro responde a las características de aprendizaje que hemos expuesto.

1. Entrada

La entrada de cada unidad contiene una pequeña introducción a los contenidos que se desarrollarán, un índice y un esquema conceptual, que permite a los estudiantes conocer la relación entre los distintos contenidos.

Además, se incluye una revisión de los conocimientos necesarios para abordar la unidad en forma de actividades.



Ilustración 1. Entrada de la unidad 1 de MAT1.

2. Desarrollo de los contenidos

El interior de cada unidad se organiza en apartados y subapartados. Los contenidos se desenvuelven de forma gradual, partiendo de ejemplos concretos y cercanos al estudiante en la medida que sea posible, y de conceptos y procedimientos ya adquiridos.

Las explicaciones se hacen con un lenguaje natural pero sin abandonar el rigor matemático. El uso de colores en la exposición de los contenidos y en los ejemplos facilita el aprendizaje de nuevos conceptos y procedimientos. A continuación, mostramos algunos ejemplos:

parte entera → 34,5 ← parte decimal

↑

coma decimal

EJEMPLO

Calcula la raíz cuadrada de 7,351 con dos cifras decimales.

$\begin{array}{r} \sqrt{7,3510} \quad 2 \\ -4 \\ \hline 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} \sqrt{7,3510} \quad 2,7 \\ -4 \\ \hline 3 5 \\ -3 29 \\ \hline 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} \sqrt{7,3510} \quad 2,71 \\ -4 \\ \hline 3 5 \\ -3 29 \\ \hline 610 \\ -541 \\ \hline 541 \cdot 1 = 541 \end{array}$
--	---	--

Ilustración 2. El color como protagonista.

Por otro lado, se destacan con un marco o una trama los contenidos más relevantes (definiciones, propiedades, procedimientos, fórmulas...) con el fin de facilitar su retención.

En el margen derecho se muestran notas y documentos que permiten al estudiante recordar o ampliar la información del texto. Otra opción que tiene el estudiante para consolidar los nuevos conocimientos o profundizar en ellos es mediante los enlaces Tiching a páginas web que se incluyen en el lateral de la página. La mayoría de los enlaces seleccionados se pueden visualizar desde cualquier sistema operativo. También en el margen se invita al uso de la calculadora y los recursos TIC para efectuar cálculos y resolver problemas relacionados con los contenidos.

En cada apartado o subapartado hay actividades de consolidación, clasificadas por colores según el dominio cognitivo al que corresponden (conocer, aplicar o razonar). Además, se hace referencia a las actividades finales relacionadas con los contenidos trabajados.

4. Operaciones básicas

4. Operaciones básicas

Con los números decimales podemos efectuar las mismas operaciones que con los números enteros y fraccionarios. La manera de proceder es similar, pero debes fijarte en la posición de la coma en el resultado.

4.1 Suma y resta

Alba ha comprado un cuaderno que le ha costado 4,65 € y un libro que le ha costado 11,95 €. Si ha pagado con un billete de 20 €, ¿cuánto le han devuelto? Debemos calcular primero el importe de la compra: 4,65 € + 11,95 € y después hallar la diferencia hasta los 20 €. Observa cómo lo hacemos:

4,65	20,00
+ 11,95	- 16,60
16,60	3,40

En la resta, hemos completado las cifras decimales añadiendo ceros a la derecha.

Para sumar y restar números decimales:

- Disponemos los números en columna de manera que las comas estén alineadas y si hace falta, añadimos ceros a la derecha para igualar el número de cifras decimales.
- Efectuamos la suma o la resta.
- Ponemos la coma del resultado debajo de las comas.

Problema de introducción al apartado de Suma y resta

TEN EN CUENTA

Si en una resta el sustraendo es mayor que el minuendo, el resultado de la resta es un número decimal negativo.

Por ejemplo:
25,37 - 30,1 = -4,73

¿Cómo lo hacemos?

EJEMPLO

La primera clasificada de una carrera empleó 19,23 s y la segunda, 19,35 s. Estuvieron corriendo 275,5 s para calentar.

a) ¿Cuánto tiempo estuvo corriendo la ganadora?

b) ¿Qué diferencia de tiempo hubo entre ambas corredoras?

a) Se suma el tiempo de la carrera y el tiempo del calentamiento.

19,23	19,35
+ 275,50	- 275,50
294,73	- 294,73
19,35	- 19,23
- 19,23	0,12

La diferencia de tiempo fue de 0,12 segundos, es decir, 12 centésimas de segundo.

RECURSOS TIC

Con la calculadora WIKIS también puedes efectuar cálculos con números decimales como lo harías con cualquier otra calculadora.

Ten en cuenta que la coma decimal se representa mediante un punto.

10,4 + 5,2 = 15,6

Uso de las TIC

1. Efectúa las siguientes sumas y restas de números decimales:

a) 8,08 + 1,98 a) 354,37 - 126,71

b) 34,02 + 27,5 + 53,68 f) 0,5623 - 0,08975

c) 23,5 + 0,08 + 35,008 g) 17,14 - 20,8

d) 753,003 - 752,699 h) 4,237 - 5,456 + 8,27

2. Carlos ha recibido por fax el presupuesto del taller mecánico para su coche, pero se han olvidado sumar el total. ¿A cuánto asciende?

cambio aceite	22,39 €
filtro	19,72 €
bujes	6,16 €
muro de obra	32,75 €
descuento	-8,03 €
total	€

Actividades

Más actividades

Actividades finales: desde la 78 hasta la 81.

Ilustración 3. Página interior de una unidad.

3. Resolución de problemas

En esta sección se presentan diferentes estrategias de resolución de problemas, que constituyen un elemento esencial en el aprendizaje de las matemáticas.

En los libros del primer ciclo se incide especialmente en el procedimiento general para resolver un problema no rutinario (lectura y comprensión del enunciado, elaboración de un plan de resolución, ejecución del plan y comprobación del resultado) y en el uso de las herramientas matemáticas ya adquiridas para diseñar la estrategia de resolución (cálculo numérico, ecuaciones sencillas, representaciones gráficas...). En el segundo ciclo se presentan también estrategias de resolución más específicas para determinado tipo de problemas, como el método de inducción completa, reducción al absurdo, ensayo-error... Todas estas estrategias, así como el método general de resolución, se deben al matemático húngaro G. Pólya.

Resolución de problemas

A continuación veremos dos ejemplos de problemas en los que es preciso operar con fracciones.

EJEMPLOS

1 En una clase de 30 alumnos, los $\frac{2}{3}$ están haciendo un resumen, $\frac{1}{5}$ resuelve problemas y los otros leen. ¿Cuántos alumnos leen?
 Leemos con atención el enunciado y anotamos los datos y lo que tenemos que averiguar.
 Datos:
 • Total de alumnos, 30
 • $\frac{2}{3}$ de los alumnos hacen un resumen.
 • $\frac{1}{5}$ resuelve problemas.
 • El resto leen.
 Pregunta: ¿cuántos alumnos leen?
 Calculamos los alumnos que hacen el resumen y los que resuelven problemas. Sumamos los resultados y hallamos la diferencia hasta el número total de alumnos para saber cuántos leen.
 • $\frac{2}{3}$ de 30 = $\frac{2}{3} \cdot 30 = \frac{2 \cdot 30}{3} = \frac{60}{3} = 20 \rightarrow 20$ alumnos hacen el resumen
 • $\frac{1}{5}$ de 30 = $\frac{1}{5} \cdot 30 = \frac{1 \cdot 30}{5} = \frac{30}{5} = 6 \rightarrow 6$ alumnos resuelven problemas.
 • $30 - (20 + 6) = 30 - 26 = 4 \rightarrow 4$ alumnos están leyendo
 Comprobamos que la suma de los alumnos ocupados en cada una de las tareas nos da el total de alumnos: $20 + 6 + 4 = 30$

2 Luis y sus amigos han hecho una travesía por la montaña. Entre los dos primeros días recorrieron los $\frac{3}{5}$ del total, el tercer día, los $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba por recorrer, y el cuarto y último día, los 12 km restantes. ¿Qué distancia recorrieron en total?
 Resolvemos el problema con la ayuda de un esquema.
 Consideremos el recorrido total como la unidad y representemos las partes recorridas:

 La parte coloreada de naranja representa el recorrido de los dos primeros días y la coloreada de azul, el recorrido del tercer día. La parte que ha quedado sin pintar corresponde a los 12 km del último día y por tanto, cada una de las partes más pequeñas representan 6 km.
 Como la unidad contiene 15 partes de las más pequeñas, obtenemos que el recorrido total es de $6 \cdot 15 = 90$ km.
 Veremos que la solución es correcta: si el recorrido total es de 90 km, los dos primeros días recorren los $\frac{3}{5}$ de 90, que son 54 km, y les quedan por recorrer 36 km. Si el tercer día recorren los $\frac{2}{3}$ de 36 km, recorren 24 km, y por tanto, les queda por recorrer 12 km, tal y como afirma el enunciado.

3 María emplea el día de la forma siguiente: durante $\frac{1}{4}$ del día está en el colegio, $\frac{1}{2}$ lo dedica a estudiar en casa, $\frac{1}{12}$ a comer, $\frac{1}{3}$ a dormir, 1 hora a ver la televisión y 2 horas a hacer deporte y estar con los amigos. Calcula cuántas horas le quedan libres para otras actividades.

4 Calcula la longitud total de un poste que tiene pintado de blanco un tercio de su longitud, de azul los dos quintos y los 8 m restantes de rojo. ¿De qué color está pintado el trozo de mayor longitud?

5 Un estanque recibe $5 \frac{2}{3}$ L de agua por minuto y pierde 2 L de agua por minuto. ¿Qué cantidad de agua conserva por minuto? ¿Y en 1 hora?

A partir de una breve explicación y con el desarrollo de ejemplos paso a paso, se pretende que el alumno adquiera progresivamente la habilidad para resolver problemas. En todo momento se le invita a ser perseverante en la búsqueda de la solución y crítico en valorar tanto el proceso seguido como la solución obtenida.

Ilustración 4. Apartado “Resolución de problemas”.

4. Actividades

Se propone primero una serie de cuestiones para repasar los contenidos de la unidad. En ellas se pide reproducir definiciones de conceptos clave, enumerar propiedades, explicar un procedimiento con ejemplos... Posteriormente, se proponen actividades agrupadas en 3 bloques: **Para practicar**, **Para aplicar** y **Para ampliar**.

En **Para practicar**, se incluyen ejercicios de rutina clasificados según los contenidos trabajados en la unidad y ordenados de menor a mayor dificultad. Esto permite poder atender a las distintas necesidades de aprendizaje de la diversidad de alumnado que haya en clase. Además, los alumnos ganan confianza en sí mismos a medida que van realizando actividades progresivamente más difíciles, de manera que afrontan nuevas situaciones con mayor

76 Suma las siguientes fracciones y expresa el resultado como una fracción irreducible:
 a) $\frac{5}{4} + \frac{3}{2}$ c) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7}$ e) $(-\frac{2}{15}) + \frac{3}{25}$

94 Opera y simplifica el resultado:
 a) $(-\frac{2}{3}) \cdot (\frac{1}{5} - \frac{7}{3}) - \frac{4}{15} : \frac{2}{5} + \frac{7}{3}$
 b) $\frac{1}{2} - \frac{3}{5} \cdot (\frac{5}{2} - \frac{2}{15}) - \frac{5}{6} \cdot (-\frac{3}{2} + \frac{7}{5})$

seguridad, y por tanto, aprenden más.

Ilustración 5. Actividades clasificadas por nivel de dificultad.

96 Opera y simplifica:
 a) $2 - (\frac{7}{6} - \frac{9}{3})$
 b) $\frac{15}{12} - \frac{1}{2} \cdot (\frac{3}{4} - \frac{5}{3})$
 c) $(\frac{2}{9} + \frac{5}{2}) \cdot \frac{6}{7}$
 d) $\frac{2}{5} \cdot (\frac{2}{3} - \frac{1}{15})$

En **Para aplicar**, se proponen problemas de aplicación de los conocimientos adquiridos. Algunos problemas se muestran resueltos, para que el estudiante disponga de un modelo que le permita afrontar nuevos retos. También en estos problemas se indica el grado de dificultad, que aumenta a medida que se van resolviendo.

Finalmente, en **Para ampliar**, se plantean tanto ejercicios como problemas, pero con un grado de dificultad mayor al exigido hasta el momento, ya sea porque van más allá de los conocimientos adquiridos o bien porque combinan distintos conceptos y procedimientos. Este conjunto de actividades permite atender a las necesidades de los estudiantes más avanzados.

Especialmente en las unidades de aritmética se añade un bloque de actividades, con título **Cálculo mental**. En ellas, se presentan estrategias de cálculo para que el estudiante adquiera agilidad a la hora de operar.

5. Desarrolla tus competencias

Se trata de una colección de actividades encaminadas a resolver un problema planteado en un contexto real: preparar un viaje, analizar un método de evaluación, comparar opciones de compra, realizar una encuesta...

Su finalidad es incidir más en el desarrollo de las competencias clave de cada uno de los estudiantes, fomentando el trabajo colaborativo y la exposición oral de las tareas realizadas.

Además, resultan una herramienta crucial para la preparación de las pruebas PISA.

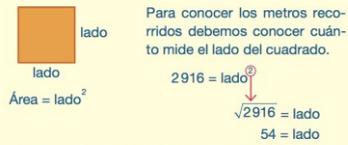
6. Evaluación de estándares

Al final de cada unidad hay una autoevaluación de 10 actividades que permite comprobar a alumnos y profesores si se han logrado los objetivos de la unidad. Se accede a las soluciones mediante un enlace Tiching.

Para el profesor, esta evaluación puede resultar útil como modelo para preparar una prueba evaluable de la unidad. Para el estudiante, supone una ayuda para conocer cuáles son sus puntos fuertes y cuáles debe reforzar.

7. Estrategia e ingenio

108 El área de un estanque cuadrado es de 2916 m². Si damos seis vueltas recorriendo su borde, ¿cuántos metros habremos recorrido?



Para conocer los metros recorridos debemos conocer cuánto mide el lado del cuadrado.

2916 = lado²
 $\sqrt{2916} = \text{lado}$
 54 = lado

Cuando damos una vuelta recorremos los 4 lados:
 1 vuelta = 4 · lado = 4 · 54 m = 216 m

Cuando damos seis vueltas el recorrido es:
 6 · 216 m = 1296 m

Habremos recorrido 1296 m.

Ilustración 6. Ejemplo de actividad resuelta.

Desarrolla tus competencias

VAMOS DE VIAJE

Tu terna consiste en organizar un viaje para visitar París, Londres y Roma. Los requisitos que se deben cumplir son los siguientes:

- El punto de partida y de llegada será Madrid.
- Los desplazamientos entre ciudades se hacen siempre en avión y todos los vuelos van por la mañana.
- La duración total del viaje será de 8 días, con una estancia mínima de dos días en cada ciudad, excepto Madrid.

En la siguiente tabla se recogen los precios, en euros, de los diferentes vuelos:

Origen	Destino	Madrid	París	Londres	Roma
Madrid	Madrid	-	75 €	90 €	95 €
París	Madrid	87 €	-	102 €	117 €
Londres	Madrid	98 €	92 €	-	118 €
Roma	Madrid	137 €	80 €	208 €	-

1. Localiza en el mapa las cuatro ciudades: Madrid, París, Londres y Roma.

2. Dibuja un itinerario posible, indicando los días de permanencia en cada ciudad.

3. Averigua cuánto dinero necesitas para viajar por los vuelos teniendo en cuenta el itinerario que has elegido. ¿Cuánto dinero necesitas para pagar el alojamiento y qué opciones tienes para reducir los días de que dispones?

4. A partir de los datos de la tabla, calcula el coste correspondiente al alojamiento para cada uno de los itinerarios de la actividad 3.

5. Basa en Internet la distancia en línea recta entre cada par de ciudades y halla la distancia total de cada itinerario de la actividad 3.

6. Expón los resultados de las actividades 3 y 5 en forma de tabla e indica cuál es el itinerario más económico y cuál es el más cómodo.

7. ¿De cuánta moneda puedes pagar entre las tres ciudades los 8 días de que dispones?

8. Teniendo en cuenta que la ciudad más barata es Roma, ¿podrías dar el itinerario más económico en caso de que el presupuesto que te dan sea el que resulta más económico?

9. El precio medio por día de estancia en París, Londres y Roma es, respectivamente, de 90 €, 87 € y 88 €. Si dispones de 600 € para pagar el alojamiento, ¿qué opciones tienes para reducir los días de que dispones?

10. Da los nombres de la actividad anterior, calcula el coste total (vuelo y alojamiento) de la que resulta más económica.

11. Si hablas perfectamente el catalán y el inglés y eligieras el idioma, ¿en qué ciudad tendrías más problemas para comunicarte?

12. Para aprovechar al máximo el dinero, busca información en Internet acerca de los lugares de interés turístico en cada ciudad. ¿Por dónde, describe un itinerario informando con algunos de los datos necesarios de cada uno de ellos.

Ilustración 7. Apartado

Evaluación de estándares

1. Copia y completa la siguiente tabla:

UMI	CM	DM	UM	C	D	U
5000						
1000						
750						
60000						
542000						

2. Escribe en el sistema de numeración romano:

a) 33 c) 340 e) 989 g) 5400
 b) 47 d) 925 f) 1250 h) 7500

3. Escribe el valor de los siguientes números en el sistema de numeración decimal:

a) XLIV c) CDXXVIII e) MCMXCIV
 b) XCIX d) CMXX f) XLVII

4. Representa en la aritmética y escribe ordenadamente de menor a mayor los siguientes números:

8, 1, 5, 12, 7, 15, 9

5. Resuelve:

a) En una resta el minuendo es 57 y el resultado de la resta, 29. ¿Cuál es el sustraendo?
 b) En una división, el dividendo es 300, el cociente, 24 y el resto, 9. ¿Cuál es el divisor?

6. Efectúa:

a) 40 : 3 = 8 c) 2 (4 + 8) : 5 = 2
 b) 3 : 5 = 4 + 9 : 7 d) 15 (87 - 23) : 5

7. Efectúa:

a) 2³ · 7⁴ c) (4² - 36) : 2³
 b) 7(25 - √49) + 2³ d) 2³ + √81 · 10²

8. Calcula:

a) La raíz cuadrada exacta de 1225.
 b) La raíz cuadrada entera y el resto de 425.

9. Efectúa los siguientes ejercicios:

a) 6 + 5 = (8 - 3) + 5
 b) 72 : 4 + 4 = (15 - 4) · 3 = 12
 c) (8 + 12) : 5 + 4 = 4 : 4 + 11 = 18
 d) 6 (14 + 20) : (12 - 8) + 2 = 2
 e) (8 + 4) · 5 : 13 + 2 : (38 - 4) - 2 : 11
 f) 3² + 2 = (9 - 27) : √5 + 2³ - 3

10. Resuelve:

a) En una tienda han comprado 40 vestidos a 36 € cada uno. El vendedor ha ganado 15 € por cada vestido. ¿Cuánto ganó en total?
 b) Por un río cruza un canal de 9 m² de agua por segundo. ¿Qué cantidad de agua pasará por el río en un mes?

Ilustración 8. Ejemplo de evaluación.

Estrategia e ingenio

Adivinando números

• Piensa un número del 1 al 9 y dilelo -dice el profesor al alumno.
 -Ei 4.
 -Es un número muy interesante: si lo multiplicas por otro número, por ejemplo, el 9, da 36. Y si 36 lo multiplicas por 12345679 resulta 444444444, lo que es curioso -comenta el profesor.
 Observa qué hubiera ocurrido si al alumno hubiera dicho otro número, por ejemplo, el 5.
 5 · 9 = 45
 45 · 12345679 = 555555555
 ¿Pasa lo mismo con los otros números?
 ¿Puedes explicar por qué?

Los 55 euros

• José le da a Eva un billete de 5 € y otro de 50 €.

-Sin que yo lo vea, guarda un billete en el bolsillo derecho del pantalón y el otro en el izquierdo. Multiplica el valor del billete de la derecha por 7 y el de la izquierda por 6. Finalmente, suma los resultados y dime si la suma es par o impar -dice José.
 -La suma es par -la contesta Eva.
 -Entonces ya sé dónde tienes cada billete -responde José.
 ¿Cómo lo supo?

La finalidad de las actividades de este apartado es, por un lado, conocer las matemáticas desde un punto de vista lúdico, y de otro, impulsar la capacidad lógica del alumnado. Se incluyen desde acertijos y divertimientos lógico-matemáticos hasta falsos razonamientos y demostraciones.

8. Resumen

Ilustración 9. Ejemplo de “Estrategia e ingenio”.

La última página de cada unidad está destinada a una síntesis de los principales contenidos trabajados.

Números enteros

- Los números enteros son:
 - los enteros positivos (naturales): +1, +2, +3, +4, ...
 - el cero: 0
 - los enteros negativos: -1, -2, -3, -4, ...
- Los números enteros se pueden representar sobre una recta:


- El **valor absoluto** de un número entero es la distancia desde el punto que representa este número en la recta numérica hasta el cero.

$| -6 | = 6$ $| +2 | = 2$ $| 0 | = 0$
- Dos números enteros son **opuestos** si tienen el mismo valor absoluto pero signos distintos.

-4 y $+4$ son opuestos
- Dados dos números enteros, el que está situado más a la derecha en la recta es el mayor.

Ilustración 10. Ejemplo de resumen de un apartado de la unidad.

5. Actividades TIC

Los recursos TIC se trabajan a lo largo de todo el libro, como herramientas para simplificar cálculos, hacer construcciones geométricas y elaborar tablas y gráficos. Así, se invita a los alumnos a trabajar con la calculadora WIRIS, con GeoGebra, que combina dinámicamente geometría y álgebra, y con hojas de cálculo, como la del paquete OpenOffice. Todos son programas de acceso libre, que el alumno puede encontrar fácilmente en la red a través de un buscador.

Sin embargo, se incide de una manera especial en el uso de estos recursos al final de cada trimestre, en el apartado “Aprende con las TIC”. En estas páginas hay una pequeña introducción sobre la tarea que se va a realizar, después se indican uno a uno los pasos a seguir y finalmente se proponen actividades relacionadas para que el alumno desarrolle y evalúe su aprendizaje.

Por ejemplo, al finalizar el segundo trimestre de MAT 1, se pide al estudiante que facilite instrucciones a un dron para recorrer ciertas ciudades españolas, ayudándose de Google Maps y GeoGebra. Con esta actividad, el alumno consolida y aplica sus conocimientos de geometría básica (escalas, distancias, rectas y ángulos) y descubre que las herramientas tecnológicas le permiten hallar soluciones no alcanzables quizás con lápiz y papel.

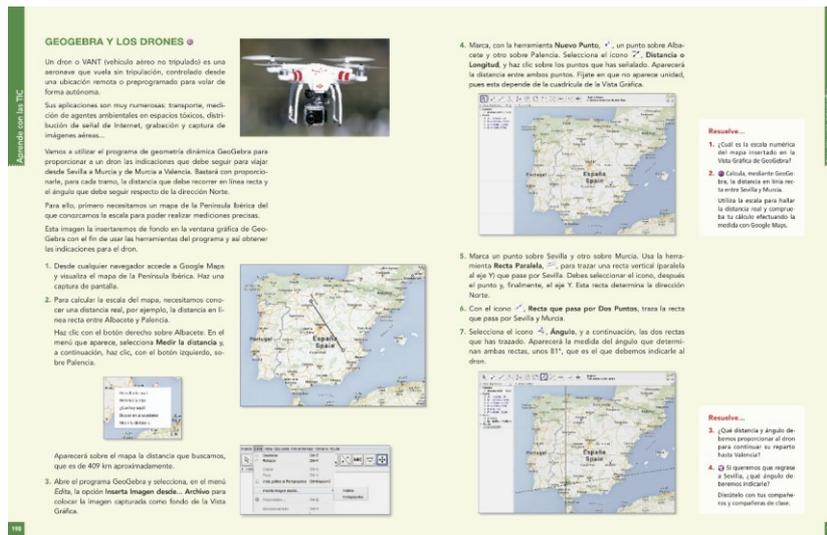


Ilustración 11. Aprende con las TIC: GeoGebra y los drones.

6. MAT y EduBook3D: el aprendizaje digital

El libro digital EduBook3D, que puede ser usado de forma exclusiva o combinado con los libros en papel, permite incorporar los recursos TIC en el aula de manera natural.

Necesitamos herramientas que permitan que el proceso de aprendizaje pueda hacerse en un ambiente motivador, donde el protagonista es el estudiante, la investigación forma parte ahora del proceso y el nivel de compromiso de los estudiantes representa el grado de adquisición de conocimiento, comprensión y habilidades. [2]

Estas herramientas permiten ayudar a generar un ambiente más motivador, facilitando la inclusión de nuevas metodologías y aumentando el nivel de compromiso de los estudiantes, además de ayudar al profesor a conocer el grado de adquisición de conocimientos por parte de los estudiantes.

El proyecto EduBook3D se adapta a las distintas necesidades tanto del profesorado como de los distintos dispositivos de que disponemos. Además, permite el seguimiento personalizado de las actividades realizadas por el alumno.

Una vez descargado el libro, todo el contenido del libro digital EduBook3D está disponible independientemente de si hay conexión Internet y la sincronización entre las aplicaciones *online* y *offline* es automática, siempre que haya conexión a Internet.



Ilustración 12. EduBook3D es multidispositivo.

Los contenidos tanto de la versión en papel como de la versión digital son iguales:

Papel

1. Sistemas de numeración

Desde la Antigüedad, los seres humanos hemos utilizado números para contar. Sin embargo, la forma de representarlos ha variado a lo largo de la historia. Fíjate, por ejemplo, en la representación del número 30 en diferentes civilizaciones:

AAA nnn XXX ≡
 babilónica egipcia romana maya

Un conjunto de símbolos y reglas que permiten escribir cualquier número recibe el nombre de **sistema de numeración**.

El sistema de numeración que usamos actualmente es el **sistema de numeración decimal**, de origen hindú.

1.1 Sistema de numeración decimal

Nuestro sistema de numeración utiliza diez cifras: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Para obtener los diferentes números, se combinan estas diez cifras teniendo en cuenta que:

- Los unidades se agrupan de 10 en 10 para formar una unidad de un orden superior en un sistema **decimal** o de **base 10**.
- Las primeras órdenes son: unidad (U), decena (D), centena (C), unidad de millar (UM), decena de millar (DM), centena de millar (CM) y unidad de millón (M). Así, 10 unidades forman una decena, 10 decenas forman una centena.

Por ejemplo, el número 4272 consta de 2 unidades, 7 decenas, 2 centenas y 4 unidades de millar:

UM	C	D	U
4	2	7	2

Las cifras tienen diferente valor según la posición que ocupen en el número: es un sistema de numeración **posicional**.

El valor posicional de cada cifra se obtiene multiplicando la cifra por 10, 100, 1000... Así, en el número 4272, el valor posicional de las cifras es:

4272
 ↳ 2
 ↳ 7 × 10
 ↳ 2 × 100
 ↳ 4 × 1000

Como puedes observar, el 2 situado a la derecha vale dos unidades, mientras que el 2 situado más a la izquierda vale doscientas unidades.

El valor de un número se obtiene sumando el valor posicional de las cifras que lo componen. Por ejemplo, el número 34506 se obtiene así:
 $34506 = 3 \times 10000 + 4 \times 1000 + 5 \times 100 + 0 \times 10 + 6$

Fíjate en que hemos utilizado el 0 para indicar la ausencia de decenas.

... **Amplia en la Red...** ... **Actividades** ...

Digital

1. Sistemas de numeración

Desde la Antigüedad, los seres humanos hemos utilizado números para contar. Sin embargo, la forma de representarlos ha variado a lo largo de la historia. Fíjate, por ejemplo, en la representación del número 30 en diferentes civilizaciones:

AAA nnn XXX ≡
 babilónica egipcia romana maya

Un conjunto de símbolos y reglas que permiten escribir cualquier número recibe el nombre de **sistema de numeración**.

El sistema de numeración que usamos actualmente es el **sistema de numeración decimal**, de origen hindú.

1.1 Sistema de numeración decimal

Nuestro sistema de numeración utiliza diez cifras: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Para obtener los diferentes números, se combinan estas diez cifras teniendo en cuenta que:

Las unidades se agrupan de 10 en 10 para formar una unidad de un orden superior: es un sistema **decimal** o de **base 10**.

Los primeros órdenes son: unidad (U), decena (D), centena (C), unidad de millar (UM), decena de millar (DM), centena de millar (CM) y unidad de millón (M). Así, 10 unidades forman una decena, 10 decenas forman una centena...

Por ejemplo, el número 4272 consta de 2 unidades, 7 decenas, 2 centenas y 4 unidades de millar:

UM	C	D	U
4	2	7	2

Las cifras tienen diferente valor según la posición que ocupen en el número: es un sistema de numeración **posicional**.

El valor posicional de cada cifra se obtiene multiplicando la cifra por 10, 100, 1000... Así, en el número 4272, el valor posicional de las cifras es:

4272
 ↳ 2
 ↳ 7 × 10
 ↳ 2 × 100
 ↳ 4 × 1000

Como puedes observar, el 2 situado a la derecha vale dos unidades, mientras que el 2 situado más a la izquierda vale doscientas unidades.

El valor de un número se obtiene sumando el valor posicional de las cifras que lo componen. Por ejemplo, el número 34506 se obtiene así:
 $34506 = 3 \times 10\,000 + 4 \times 1\,000 + 5 \times 100 + 0 \times 10 + 6$

Fíjate en que hemos utilizado el 0 para indicar la ausencia de decenas.

... **Amplia en la Red...** ... **Actividades** ...

Ilustración 13. Libro en formato papel y en formato digital.

El profesor puede realizar una introducción al apartado del tema que vamos a trabajar, con el objetivo de motivar al estudiante en el aprendizaje y partiendo de una situación real en la que aplicar el conocimiento. Posteriormente, la metodología se centra en el estudiante, y en la aplicación de dicho contenido en el mundo real, así como en las dificultades que este encuentre. [1]

El estudiante puede analizar la información en casa y realizar las actividades autocorrectivas. Después, en el aula, se puede debatir sobre la información analizada. [3]

En función del análisis del aprendizaje proporcionado por Edubook3D, el profesor podrá realizar las siguientes tareas:

- Una breve exposición para intentar aclarar aquellos puntos en los que los estudiantes han encontrado más dificultades.
- Proponer actividades para volver a trabajar los apartados en los que los estudiantes han encontrado dificultades.
- Proponer actividades de profundización para aquellos estudiantes que lo requieran.
- Seleccionar el tipo de agrupamiento y la metodología más adecuados.

EduBook3D permite una interacción continua con el trabajo del estudiante, facilitando un seguimiento del mismo así como una comunicación permanente. Esto hace posible un aprendizaje usando las calificaciones como instrumento para la toma de decisiones diaria, dado

que se puede analizar constantemente la evolución de cada estudiante y del grupo clase. Según sean los resultados obtenidos, el profesor conocerá las dificultades de los alumnos y podrá modificar su metodología y temporalización de los contenidos.

A modo de ejemplo, el código de colores que vemos en la ilustración 14 informa de las dificultades encontradas por algunos estudiantes en realizar determinada actividad. Para un mayor detalle, el número que aparece dentro del círculo corresponde a los intentos realizados.

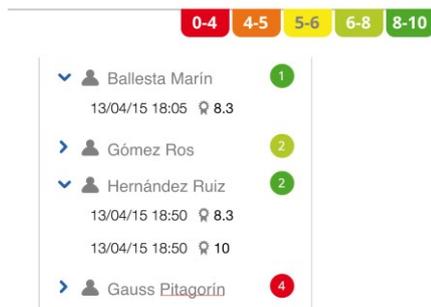


Ilustración 14. Calificaciones por actividad.

El profesor también puede modificar la nota de un estudiante y enviarle un comentario. También dispone de una tabla de calificaciones general que le permite conocer la nota media obtenida por el estudiante en cada actividad, apartado y tema.

La versión del estudiante permite tanto a él como a sus padres conocer las calificaciones obtenidas en cada actividad y ver los comentarios enviados por el profesor.

0 - 4 4 - 5 5 - 6 6 - 8 8 - 10

Apartados	1	2	3	4	5
López Martínez, Juan	8,34	7,9	7,5	9	8,65
Pérez Lucas, María	4,3	4,45	3,2	5,1	4,25
Pérez Siles, Lucía	5,2	5,8	6,5	4,1	5,1
Ruiz Otálora, Pedro	4,2	1,1	2,1	3,2	2,8

Ilustración 15. Versión para el profesorado. Tabla de calificaciones.

Intentos de la actividad						
Intento 1	13/04/15 18:56	✓ 0	✗ 2	⚙ 0	🎓 0	Detalle
Intento 2	13/04/15 18:59	✓ 1	✗ 1	⚙ 5	🎓 0	Detalle
Intento 3	13/04/15 19:00	✓ 1	✗ 1	⚙ 5	🎓 0	Detalle
Intento 4	13/04/15 19:01	✓ 2	✗ 0	⚙ 10	🎓 0	Detalle

Ilustración 16. Versión para el alumnado. Intentos.

EduBookPDI

Esta versión permite al profesor disponer de todos los recursos para la Pizarra Digital y del libro digital desde un dispositivo de memoria USB sin necesidad de conexión a Internet.

Concretamente, en EduBookPDI hay:

- **Recursos para el profesorado.** En este apartado se incluye la guía didáctica, la propuesta curricular y los estándares de aprendizaje con los correspondientes indicadores de logro para su evaluación por rúbricas.

También hay materiales para la atención a la diversidad, tanto para reforzar a aquellos estudiantes que lo necesitan como de ampliación para satisfacer las necesidades de los

más avanzados.

Se incluyen también aquí las actividades de evaluación por estándares de aprendizaje así como las soluciones de las mismas.

- **Actividades interactivas.** En este apartado hay todas las actividades que contiene el libro de texto en formato digital, lo cual permite al profesor la corrección de las mismas en la Pizarra Digital.
- **Galería multimedia.** Aquí se incluye todas las imágenes y animaciones adaptadas a formato PDI y disponibles *offline*.
- **EduBook3D.** La versión PDI contiene el libro digital EduBook3D para visualizarlo en PDI en modo *offline*.

Además, se dispone de un enlace a EduBook3D *online* y a Tiching.

En definitiva, EduBookPDI se adapta a las necesidades de todos los entornos educativos, ofreciendo al profesorado un completo paquete de recursos para su uso específico en PDI, así como todos los materiales curriculares para la preparación del curso. Y todo ello en modo *offline*.

Bibliografía:

- [1] Herreid, C. F., & Schiller, N. A. (2013). "Case study and the flipped classroom". *Journal of College Science Teaching*, 42(5), 62-66.
- [2] Reeve, J. (2013). "How students create motivationally supportive learning environments for themselves: The concept of agentic engagement". *Journal of Educational Psychology*, 105(3), 579–595. doi: 10.1037/a0032690
- [3] Talbert, R. "Inverted Classroom". *Colleagues*, Vol. 9, Iss. 1, Article 7. (2012)
- [4] AA. VV. (2012) "TIMSS 2011. Marcos de la evaluación". Instituto Nacional de