



Un bazar de materiales y recursos

Luis Balbuena Castellano
email: balbuenaluisx@gmail.com

RESUMEN

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas mejoran de manera considerable, si somos capaces de ofrecer a nuestros estudiantes vías para acceder al conocimiento matemático que complementen lo que hacemos habitualmente en las clases. En el escaparate de este "bazar" podrán ver productos que han sido homologados por la práctica e incluso algunos que han sido premiados... Y además, ayudan a convertir al estudiante en un elemento activo en el proceso.

Bazar, materiales, recursos, talleres, proyectos, teatro

1.- Materiales y recursos

Desde hace años se viene insistiendo en la necesidad de hacer el aprendizaje lo más significativo posible. Las competencias han acentuado esa necesidad y quienes lo hacen saben ya que es posible y que los conceptos y los algoritmos se captan mucho mejor. Con ese principio se consigue una participación más activa del alumnado con todo lo que eso lleva aparejado de positivo, entre otras cosas, el aprovechamiento de la natural curiosidad de la mayoría del alumnado para motivarles y conseguir que tomen interés en el proceso. En ese contexto, los materiales y recursos unidos a nuevas formas de enfocar la metodología, nos presentan un paisaje muy esperanzador en cuanto a conseguir un acercamiento a las matemáticas que supere el tradicional rechazo que producen en una buena parte del alumnado.

Conviene que establezca unas definiciones para clarificar los términos. Siguiendo a Lupiáñez Gómez, un *recurso* es *cualquier medio que, aunque no se haya diseñado específicamente para el aprendizaje de alguna noción matemática, el profesor puede incorporarlos a sus actividades de enseñanza*. Es el caso de los aparatos de medida de cualquier tipo, las banderas, una visita a la ciudad buscando las matemáticas que están allí, los billetes, etc. Los *materiales*, en cambio, *se diseñan y crean con una intencionalidad educativa, aun cuando ese no sea su único campo de aplicación*. A esta categoría pertenecen las regletas, los dominós educativos, las calculadoras científicas, etc.

Lo importante realmente es el uso que se les dé, sean de un tipo o de otro. En ese sentido, quisiera enfocar más la intervención considerando los aspectos metodológicos, es decir, en cómo podemos promover el aprendizaje y organizar la enseñanza para que el alumnado acceda al conocimiento de la forma más eficaz y significativa posible. Debo clarificar que no propongo una sustitución del método expositivo tradicional. Se trata de complementarlo con otras formas que, inicialmente, producirán cierto grado de incertidumbre tanto entre el alumnado como en el profesorado por cuanto que es necesario variar y adaptar hábitos de trabajo. Pero ya existen experiencias que demuestran que es posible innovar, que el alumnado lo acepta de buen grado, que fomenta la creatividad y el interés por indagar, que desarrollan capacidades que les ayudarán a captar mejor los conceptos y los algoritmos. Espero que con el paso del tiempo y con la difusión de buenas prácticas, este modo de trabajar en el aula y fuera de ella, vaya generalizándose hasta que se convierta en el modo habitual de trabajar y no en el excepcional. Y como nos ha ocurrido a tantos, el método “ensayo-error-corrección y vuelta a ensayar” es, casi siempre, el camino a seguir.

Puedo aportar algunas enseñanzas aprendidas que sirvan para orientar a quienes se decidan a indagar en estas formas de enseñar. No quiere decir que con esto se superen los problemas y limitaciones. Es más, con toda seguridad, le surgirán otros cuya solución tendrá que encontrar. Aunque esté de más decirlo, creo interesante resaltar que el trabajo en equipo es el que mejores resultados produce pues en él, además de escoger los materiales y los recursos, se establecerán los objetivos que se pretenden lograr, se marcarán las estrategias a seguir, se prepararán los elementos necesarios, se diseñarán las actividades, etc. y, sobre todo, se hará el necesario análisis de lo desarrollado para introducir la revisión y las mejoras que aconsejen la experiencia.

2.- Talleres

Es una estrategia de grandes posibilidades. El desarrollo de talleres ofrece una vía para introducir conceptos, reforzar otros conocidos, manipular materiales, hacer investigaciones

(debemos tener presente que cuestiones que puedan parecer sencillas, el estudiante las realiza como investigaciones si se tiene en cuenta su nivel de conocimientos), convertir al alumnado en el protagonista de su aprendizaje, etc. Toda esta riqueza didáctica debe ser aprovechada. Por parte del profesorado, como ya se ha indicado, requiere una preparación previa, a ser posible, hasta en los mínimos detalles. A tratarse, en general, de grupos de estudiantes numerosos, hay que procurar evitar la improvisación aunque, previsiblemente surgirán situaciones que haya que resolver en ese momento. Especialmente importante es que se tenga preparado todo lo que sea material a manipular salvo que su construcción forme parte del propio taller.

Voy a presentar algunos ejemplos de talleres.

Título: Triángulos.

Material necesario: triángulos acutángulos escalenos recortados en papel de un tamaño que permita doblar con facilidad (por ejemplo, lados de 21, 15 y 13 cm). Entregar cinco a cada estudiante.

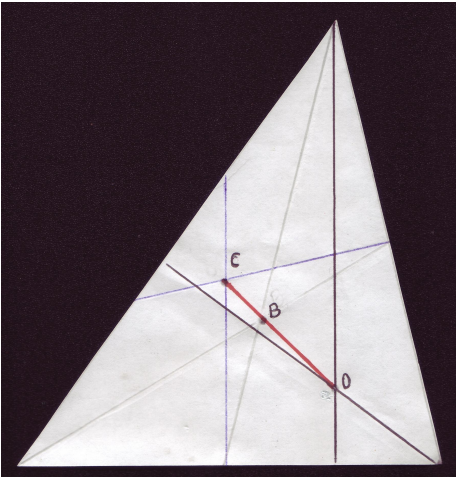
Un pentágono irregular. Uno para cada dos estudiantes,

Power point en el que se muestren imágenes sobre cada una de las actividades que se desean desarrollar.

Desarrollo: para introducir la figura, hacer ver la importancia que ha tenido y tiene lo que justifica el tiempo escolar que se dedica a su estudio.

Clasificaciones según los lados y según los ángulos. Coincidencias.

Coincidencias			
	Equilátero	Isósceles	Escaleno
Acutángulo			
Rectángulo			
Obtusángulo			



Teorema de Euler.

Expresar la coincidencia con un “sí” o un “no”	Teorema de Euler.
--	-------------------

Líneas y puntos notables del triángulo. Teorema de Euler. En cada uno de los triángulos entregados se van doblando los triángulos por los puntos correspondientes para obtener las líneas y los puntos notables. En el que queda se obtienen el ortocentro (O), el baricentro (B) y el circuncentro (C) para obtener empíricamente el resultados del teorema de Euler, es decir, que esos tres puntos están alineados y que $OC = 3BC$.

Estudio de la situación de los puntos notables en función del tipo de triángulo.

El trípode y el triángulo como figura de la estabilidad.

El triángulo para las estructuras.

El triángulo equilátero como símbolo. El fractal de Sierpinski.

El triángulo y el área de los polígonos irregulares.

El triángulo rectángulo. Significado de sus lados. El triángulo sagrado de los egipcios. Ternas pitagóricas.

Una excursión sobre la esfera y sus triángulos.

3.- Trabajo en proyectos

Esta modalidad ha podido desarrollarse gracias, especialmente, a internet. La abundante información existente en la red permite indagar en cualquier tema, por muy extraño que nos parezca. De todos modos, ya se sabe que es necesario alertar sobre la fiabilidad de lo que se consulta. Por otro lado, tomar precauciones para evitar el "copiar y pegar". El autor o autores deben explicar a sus compañeros lo que indaguen para lo que será necesario que se le enseñen ciertas técnicas de exposición.

Ejemplo 1

Introducción:

Desconozco si existe alguna palabra que defina el estudio de las cruces igual que la palabra *filatelia* se refiere al estudio de los sellos o *vexilología* al de las banderas. Lo cierto es que se trata de un campo de conocimiento y de investigación muy interesante porque detrás de cada cruz existe una historia más o menos larga y conocida y no todas las cruces están relacionadas con la religión cristiana. Por otra parte, desde el punto de vista de nuestra disciplina, en esas figuras están presentes elementos matemáticos que se pueden explotar didácticamente como por ejemplo, el que muchas de ellas son polígonos cóncavos, otras son rosetones, etc. La siguiente es una propuesta de trabajo en proyecto que, como se ha indicado, tiene como objetivo servir de orientación para que cada cual lo adapte a sus circunstancias (nivel de su alumnado, tiempo disponible, acceso a internet, etc.)

Título: Cruces como polígonos cóncavos.

Material necesario:

- Documento explicando el contenido del proyecto.
- Regla graduada.
- Compás.
- Calculadora.

Metodología:

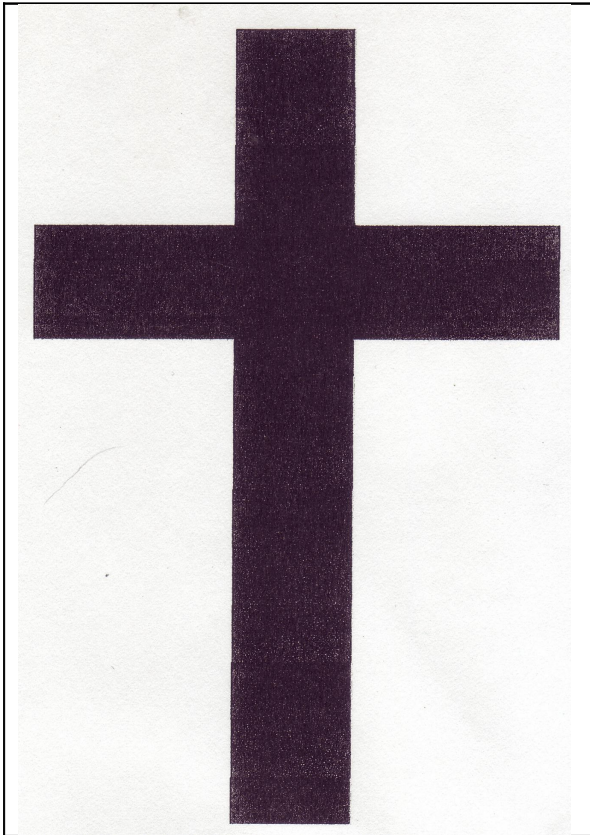
Se hará de forma individual o en grupos de dos estudiantes.

El profesorado les debe orientar sobre cómo hacerlo: orden, rigor, limpieza,...

Se entregará una **memoria final** con el desarrollo de lo realizado, incluidos los cálculos que se hayan necesitado.

El tiempo para hacer este trabajo supera lo habitual de una clase. Es recomendable dedicar una sesión de clase para orientar y resolver las dudas. El resto se hará fuera del horario escolar, como tarea de clase.

1. Cruz latina:



1.- Es un polígono cóncavo. Describirlo. Obtener la suma de sus ángulos interiores.

2.- Calcular el perímetro y el área de la figura.

3.- Dibujar un rectángulo que teniendo 4 cm de base tenga la misma área que la cruz. Obtener su perímetro.

4.- Dibujar un cuadrado cuya área sea igual a la de la cruz. Obtener el perímetro del cuadrado resultante.

5.- El área de los brazos de la cruz, ¿qué porcentaje representan del área total de la cruz?

6.- Dibuja una cruz semejante con una escala 2:1, es decir, que la dimensión lineal se duplica.

7.- Calcular el área de la cruz dibujada en el apartado 6 y compararla con el área de la cruz original.

8.- Estudio de las simetrías.

9.- Si se construye una cruz de oro de esas dimensiones y con 0,5 cm de espesor, ¿cuánto pesa? (Buscar la densidad del oro)

10.- Buscar datos sobre la historia de esta cruz y resumirlos en un máximo de un folio, incluidas las imágenes.

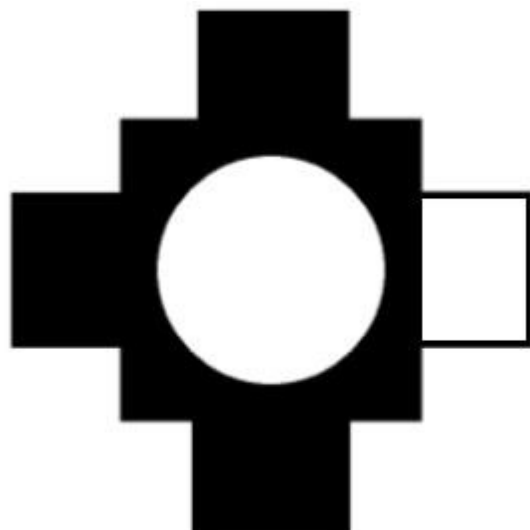
2. Cruz chacana:

1.- El límite exterior de la cruz es un polígono cóncavo.

a) ¿Cuántos lados tiene?

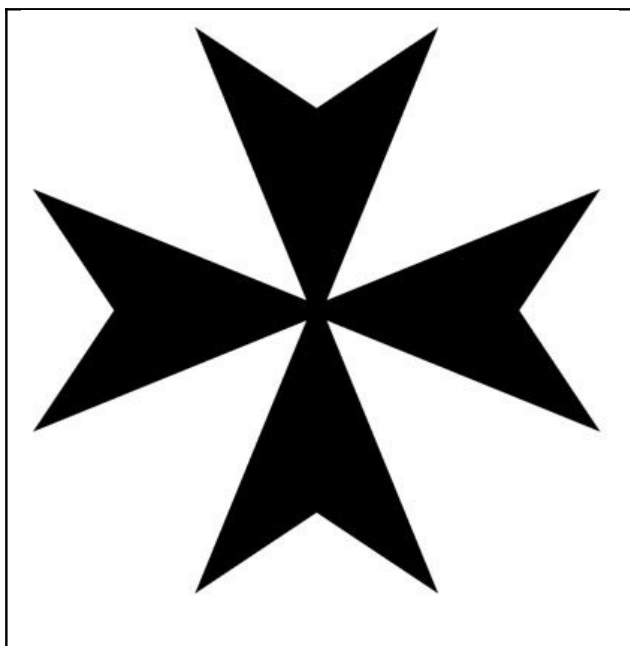
b) Clasificar sus ángulos.

c) Calcular la suma de los grados de sus ángulos.



- 2.- Obtener el valor del perímetro de la figura. Calcular el área de la figura.
- 3.- Calcular el radio que debe tener el círculo interior para que el área del cuerpo de la cruz y la del círculo sean iguales.
- 4.- Dibujar la cruz anterior.
- 5.- ¿Qué porcentaje del área total de la cruz representan los cuatro brazos que salen del cuerpo central (en la figura se señala uno)? ¿Y el círculo central? Hacer un diagrama de sectores con la distribución de los tres porcentajes.
- 6.- Estudiar los ejes de simetría de la figura. En caso de ser un rosetón, clasificarlo.
- 7.- Buscar datos sobre la historia de esta cruz y resumirlos en un máximo de un folio, incluidas las imágenes.

3. Cruz de Malta:



- 1.- Es un polígono cóncavo:
 - a) ¿Cuántos lados tiene?
 - b) Calcular la suma de los grados de sus ángulos interiores.
- 2.- Obtener el perímetro y el área de la figura.
- 3.- Dibujar un rectángulo que teniendo 4 cm de base tenga la misma área que la cruz. Obtener su perímetro.
- 4.- Dibujar un cuadrado cuya área sea igual a la de la cruz. Obtener su perímetro.

- 5.- Estudio de sus simetrías y clasificación del rosetón en el caso de que lo sea.
- 6.- Buscar datos del estado de Malta. Describir su situación, su geografía e indicar si esta es la cruz que se encuentra en su bandera. Máximo: un folio.
- 7.- La Orden de Malta es una orden militar. Indagar sobre su historia y resumirla en un folio como máximo, incluidas las figuras.

Ejemplo 2

Porcentajes y letras de los diccionarios.

Ejercicio.

Escribir nombres de personas, en castellano, que no contengan ninguna letra de CARLOS. (No se admiten diminutivos tipo Pepe, Pepi, Bibi, etc.)

Una cuestión previa:

Como es sabido, en los diccionarios aparecen las palabras ordenadas por orden alfabético desde la a hasta la z. Las letras que empiezan por a son las primeras y ocupan un determinado número de páginas del diccionario. A continuación las que empiezan por b y así sucesivamente.

Pues bien, antes de hacer cálculos rellena la siguiente tabla, escribiendo en cada casilla las dos letras que intuyan que ocupan el mayor número de páginas de un diccionario de las lenguas que se indican:

Lengua	Castellano	Inglés	Francés	Latín	Alemán
Letras que más ocupan					

Material que se necesita:

Diccionarios de las lenguas que se nombran en el cuadro anterior. Acudir a la biblioteca del centro.

Calculadora.

Preparar una tabla como la que se presenta o copiar esta.

Metodología:

Individual o formar grupos de dos estudiantes.

Se les entrega el documento de trabajo para leerlo antes de iniciar el desarrollo del proyecto y se consulten las dudas que surjan.

El profesorado hace el papel de guía de la investigación. Les debe orientar sobre cómo hacerlo teniendo en cuenta que esta es una metodología que no se suele usar en la enseñanza estándar.

Se necesita manejar diccionarios que, en general, no se dispone de ellos. En este caso, el trabajo se puede hacer llevando a los estudiantes a la biblioteca del centro. En el diccionario que se utilice, averiguar el número de páginas desde la primera página de la a hasta la última de la z.

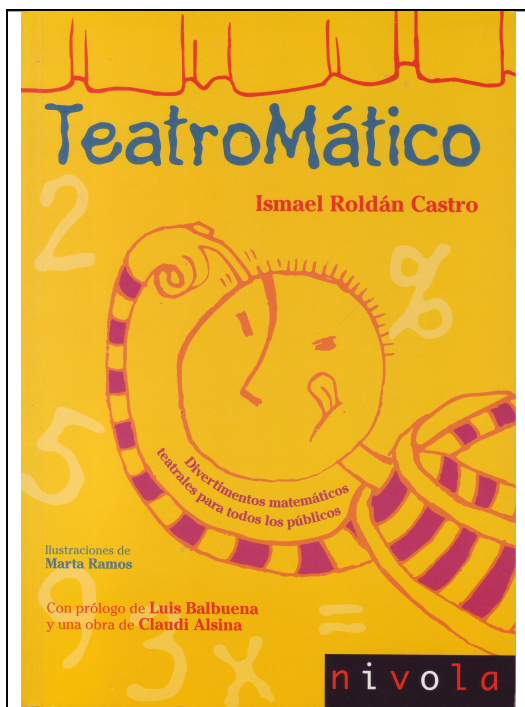
Advertir la necesidad de ser ordenado y cuidadoso en la realización de las operaciones y en el manejo de la calculadora para determinar porcentajes.

El tiempo para hacer este trabajo no tiene por qué superar el tiempo utilizado para una clase.

En las columnas se va escribiendo el porcentaje de páginas que ocupa cada letra en las lenguas indicadas (si no se dispone de diccionario de alguna lengua, se elimina).

LETRA	Castellano	Inglés	Francés	Latín	Alemán	Catalán
A						
B						
C						
D						
E						
F						
G						
H						
I						
J						
K						
L						
M						
N						
Ñ						
O						
P						
Q						
R						
S						
T						
U						
V						
W						
X						
Y						
Z						

4.- El teatro como recurso



Ismael Roldán es el autor del libro “Teatromático”. Es una buena aportación para utilizar el teatro como elemento dinamizador del aprendizaje de las matemáticas. Se puede ir más allá tratando de conseguir la creación de piezas por parte de los propios estudiantes. En el citado libro, su autor dice: *Con esta nueva alianza entre las matemáticas y el teatro podemos inyectar emociones y sentimientos a los seres que habitan en el mundo matemático. Y si, además, lo hacemos cuidando la puesta en escena y la estética del contexto, el resultado puede ser mucho más rentable que aquellos vetustos y arcaicos procedimientos que demostraron suficientemente su virtual capacidad desoladora y extenuante (por ejemplo, los fastuosos castillos de fracciones).*

He escrito algunas pequeñas piezas como *El valor de la x* que se inicia con una acalorada discusión entre la *Aritmética* y el *Álgebra*. La una

trata de ser superior a la otra, Se retan a proceder a la resolución de un problema, cada una con sus "artes"; los pasos que se van dando llevan al final a una reconciliación...

EL VALOR DE LA X

(Luis Balbuena Castellano)

Advertencia: Si no se pueden proyectar las imágenes con las operaciones, prepararlas en cartulinas, con letras grandes para que alguien las vaya mostrando al público mientras discurre la obra.

Aparecen en el escenario ARITMÉTICA (AR) y ÁLGEBRA (AL) por lados opuestos. AR va vestida con una túnica blanca y lleva en el pecho un cartel identificándola como ARITMÉTICA y AL con un ropaje de estilo renacentista y con su cartel identificativo. Se acercan despacio. Se miran y dan una vuelta una alrededor de la otra. Debe haber un árbol con unas cuantas naranjas colgando (por ejemplo, recortado en tela verde y naranjas pegadas con velcro).

AR.- ¡Merezco un respeto porque soy mayor que tú!

AG.- Pero es que el que seas mayor, como efectivamente lo eres, no te da derecho a desautorizarme ni a creerte mejor que yo.

AR.- Es que pretendes desplazarme y eso no te lo puedo consentir.

AG.- ¿Por qué dices eso cuando no es verdad? Una prueba de que no he pretendido desplazarte es que has seguido viviendo después de nacer yo.

AR.- Pues por eso me considero mejor, más fuerte. Además, los estudiantes me aprecian. En cambio a tiiii, tratan de evitarte porque no te entienden. ¡Chacha, que yo lo oigo mucho, que los lías demasiado!

AG.- Considero que eso es un error porque yo solo pretendo ayudarles, ampliar sus mentes, descubrirles nuevas formas de pensar, abrirles perspectivas que tú, desde luego, eres incapaz de darles. Yo lo liaré pero tú los limitas demasiado, muchacha...

AR.- ¡¡Esa sí que es buena!! De manera que tú naces gracias a lo que tengo yo y te atreves a decir que les limito.

AG.- Sí, lo afirmo y además te lo voy a demostrar si es que te interesa que sigamos nuestra discusión....

AR.- Pues mira, has logrado intrigarme. ¿Cómo vas a demostrar que vales más que yo?

AG.- De la manera que me parece más lógica que es resolviendo un problema porque este es un campo común a las dos. Incluso hasta lo tengo ya pensado: hay uno de Jaimito que supongo que conocerás. Te lo voy a recordar ahora. Tú tratarás de resolverlo por tus métodos y yo lo haré después con los míos. ¿De acuerdo?

AR.- De acuerdo, pero ¿quién lo va a juzgar?

AG.- Podemos hacer después una encuesta entre los estudiantes para que compruebes que me rechaza quien no me conoce bien.

AR.- Adelante, ¿cuál es el problema? porque de Jaimito conozco varios

AG.-Se trata de este: Jaimito entra en una finca de naranjeros. Como siempre y ante naranjas tan apetitosas, no lo puede resistir y se dirige a uno de ellos cargadito de naranjas

maduras, amarillitas, brillantes, hermosas...

(Aparece Jaimito por un lado del escenario. Lleva un saco vacío a la espalda. Se acerca al naranjero. Van apareciendo ahora los personajes que dice AL y diciendo lo señalado en cursiva)

Mira a todos lados y como no ve a nadie, abre el saco que lleva a la espalda y empieza a llenarlo de naranjas para llevárselas.

Después emprendió la huída pero le apareció de repente un guardián que lo paró y le dijo:

¡Oye, muchacho!, ¿Qué llevas ahí?

Entonces Jaimito le abrió la bolsa, la miró el guardián y le ordenó:

Déjame la mitad de las naranjas que llevas más media naranja y sigue tu camino.

Y eso hizo.

Pero Jaimito no contaba que con la aparición de un segundo guardián que lo paró y le dijo:

¡Oye, muchacho!, ¿Qué llevas ahí?

Entonces Jaimito abrió de nuevo la bolsa, la miró el guardián y le ordenó:

Déjame la mitad de las naranjas que llevas más media naranja y sigue tu camino.

Y eso hizo.

Cuando ya se las prometía felices, apareció un tercer guardián que lo paró y le dijo:

¡Oye, muchacho!, ¿Qué llevas ahí?

Entonces Jaimito abrió por tercera vez la bolsa, la miró el guardián y le ordenó:

Déjame la mitad de las naranjas que llevas más media naranja y sigue tu camino.

Y eso hizo.

Cansado de tanto guardián, Jaimito corrió a toda velocidad hasta la puerta y por fin salió de la finca. Entonces metió la mano en el saco y comprobó que solo le quedaba una naranja.

(Jaimito la muestra, sacude el saco boca abajo y se marcha cabizbajo).

La gran pregunta es **¿Cuántas naranjas tenía Jaimito al principio, cuando le paró el primer guardián?** Por cierto y esto es importante: la historia comenta que Jaimito **no tuvo que partir ninguna naranja.**

¿Conoces esta historia?

AR.- ¡Por supuesto! Y me gusta mucho.

...



La Aritmética y el Álgebra. IES de Arico, Tenerife

5.- Conclusiones

Como se deduce fácilmente de lo expuesto, existe un amplio campo por explotar en lo que se refiere a crear materiales y recursos que complementen las clases que debemos impartir. Es una misión de todos aportarlas al resto del profesorado para, poco a poco, conseguir lo que ya ha sido un logro en muchos centros y es superar ese tradicional rechazo a nuestra asignatura. El acceso a su conocimiento se logra a través de muchos caminos además de los históricos. Y no solo eso, sino que, además con el desarrollo de estas acciones, trabajos y actividades que tienen que ver con esos aspectos de las matemáticas que, en general, no desarrollamos en el aula, activan capacidades que contribuyen a fortalecer su pensamiento matemático.