

La enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria: el currículo *versus* el libro de texto

Ángel Alsina; Claudia Vásquez

email: angel.alsina@udg.edu; cavasque@uc.cl

Universidad de Girona, Girona - España; Pontificia Universidad Católica de
Chile, Villarrica - Chile

RESUMEN

En los últimos años la probabilidad se ha incorporado en los currículos de Educación Primaria para poder proporcionar a los alumnos una experiencia estocástica desde las primeras edades. Desde este prisma, en primer lugar se revisan las orientaciones curriculares del *National Council of Teachers of Mathematics*, y los currículos de matemáticas de España y Chile en relación a la probabilidad; y en segundo lugar se analizan los conocimientos que se trabajan en dos colecciones de libros de texto de ambos países. Se concluye que el trato que se da a la probabilidad en los libros de texto no está siempre en concordancia con las directrices curriculares.

Palabras clave: probabilidad, enseñanza de la probabilidad, currículo de matemáticas, libro de texto, Educación Primaria.

1. Introducción

La educación matemática es una disciplina atenta a los cambios sociales y procura darles respuesta. Es desde esta perspectiva que en las últimas décadas se incorpora con fuerza la probabilidad en los currículos de Educación Primaria, con el objeto de promover que los alumnos aprendan conocimientos probabilísticos que les sirvan de base para la recogida, descripción e interpretación de datos. En definitiva, se trata de ofrecerles herramientas que faciliten la toma de decisiones en situaciones en las que la incertidumbre es relevante, para que progresivamente sean ciudadanos bien informados y consumidores inteligentes.

En este sentido, el *National Council of Teachers of Mathematics* incluyó a “Datos y Azar” como área temática en *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics* [1], reforzando esta iniciativa en *Principles and Standard for School Mathematics* [2], que contemplan que los programas de enseñanza deberían capacitar a los alumnos para aprender conocimientos relacionados con el análisis de datos y la probabilidad a partir del nivel *Pre-K* (tres años). Esta tendencia, como decíamos, se ha reflejado en los currículos de matemáticas de muchos países, como por ejemplo España y Chile, que han incorporado la probabilidad en Educación Primaria para promover un enfoque experimental que proporcione una experiencia estocástica desde las primeras edades [3], [4].

Por otro lado, el desarrollo histórico-epistemológico de la probabilidad ha dado lugar a la coexistencia de distintos significados que cobran gran relevancia en el contexto de la matemática escolar (figura 1).



Figura 1. Significados de la probabilidad en el contexto de la matemática escolar

Estos significados han permitido fundamentar y desarrollar la Teoría de la Probabilidad, que otorga modelos para fenómenos donde la falta de certeza en los resultados es notable. Desde esta perspectiva, en la enseñanza de la probabilidad es fundamental adoptar una perspectiva de modelización en que sus significados se complementen, pues una comprensión adecuada del concepto no puede limitarse a uno de ellos [5].

La transformación curricular y la evolución de la Teoría de la Probabilidad hasta su estado actual requieren profesorado capacitado, es decir, maestros con una sólida base de conocimientos tanto disciplinares como didácticos, que les permita enseñar de forma idónea el objeto matemático “probabilidad” a partir de sus distintos significados. Sin embargo, muchos maestros de Educación Primaria no han tenido formación sobre probabilidad y su didáctica [6], por lo que, para compensar este déficit formativo, se apoyan en los libros de texto conformándose en el recurso para interpretar el currículo y seleccionar tareas matemáticas para los alumnos [7]. De esta forma, el libro se convierte en el agente fundamental, sino único, para enseñar probabilidad [8], ya que expone de manera concreta una transposición didáctica del saber [9].

Desde este enfoque, se revisan en primer lugar las orientaciones curriculares vinculadas al estudio de la probabilidad en Educación Primaria del NCTM, y los currículos español y chileno

vigentes. Y en segundo lugar se analiza qué conocimientos sobre la probabilidad se acaban enseñando, tomando los libros de texto como principal recurso para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2. La probabilidad: sus significados y su presencia en el currículo de Educación Primaria.

Como se ha indicado, coexisten distintos significados de la probabilidad:

- Significado intuitivo: utiliza diversos términos (imposible, probable, seguro) para hacer referencia a la incerteza o certeza de determinados sucesos, y expresar, por medio de frases coloquiales, el grado de creencia en relación a sucesos inciertos.
- Significado laplaciano: considera que la probabilidad de un suceso es “la proporción del número de casos favorables al número de casos posibles, siempre que todos los resultados sean igualmente probables” [10]. Esta definición aparece en muchos textos escolares dada su simplicidad para el cálculo de probabilidades, aunque no puede ser aplicada en experimentos con un número infinito de posibilidades o cuando el espacio muestral es finito pero no simétrico, es decir, no cumple con la condición de equiprobabilidad.
- Significado frecuencial: plantea la asignación de probabilidades de un suceso a partir de la frecuencia relativa observada en un gran número de repeticiones, lo que permitiría estimar la probabilidad del suceso. Este teorema, denominado “Ley de los Grandes Números”, indica que la probabilidad de que la frecuencia relativa de un experimento repetido en las mismas condiciones se acerque tanto como queramos a la probabilidad teórica del suceso, puede aproximarse suficientemente a uno, sin más que aumentar el número de pruebas.
- Significado subjetivo: se fundamenta en la confianza que una persona deposita sobre la verdad de una determinada proposición, por lo que no está unívocamente determinada. En este caso, pues, la probabilidad depende del observador y, de lo que éste conoce del suceso en estudio.
- Significado axiomático: concibe la probabilidad como un tipo especial de medida, vinculándola con la teoría de la medida. Bajo este enfoque no se define explícitamente cómo calcular probabilidades, sino que se establecen las reglas que debe satisfacer (debido a la rigurosidad matemática que este significado conlleva, se desaconseja su estudio en Educación Primaria).

En relación a las orientaciones curriculares contemporáneas sobre probabilidad, hacen alusión a los siguientes conocimientos:

Tabla 1. Contenidos de probabilidad en las orientaciones curriculares del NCTM.

	Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos	Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad
Pre K-2 (3-8 años)	Discutir sucesos probables e improbables relacionados con las experiencias de los alumnos.	
3-5 (9-11 años)	Proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en datos, y diseñar estudios para investigarlas más a fondo.	<p>Describir sucesos como probables o no probables, y discutir su grado de probabilidad usando expresiones como seguro, igualmente probable e improbable;</p> <p>Predecir la probabilidad de resultados de experimentos sencillos, y someter a prueba tales predicciones;</p> <p>Comprender que la medida de la probabilidad de un suceso puede</p>

		representarse por un número comprendido entre 0 y 1.
6-8 (12-14 años)	<p>Utilizar observaciones relativas a las diferencias entre dos o más muestras, para formular conjeturas sobre las poblaciones de las que se han extraído;</p> <p>Formular conjeturas sobre las posibles relaciones entre dos características de una muestra, a partir de nubes de puntos de los datos y líneas de ajuste aproximadas;</p> <p>Utilizar las conjeturas para formular nuevas preguntas y programar nuevos estudios para contestarlas.</p>	<p>Comprender y utilizar la terminología apropiada para describir sucesos complementarios y mutuamente excluyentes;</p> <p>Utilizar la proporcionalidad y una comprensión básica de la probabilidad para formular y comprobar conjeturas sobre los resultados de experimentos y simulaciones;</p> <p>Calcular probabilidades de sucesos compuestos sencillos, utilizando métodos como listas organizadas, diagramas de árbol y modelos de área.</p>

En la tabla anterior se exponen los contenidos para alumnos de edades comprendidas entre 3 y 14 años porque se presentan de esta forma en los estándares de contenidos de “análisis de datos y probabilidad” americanos, por lo que debe considerarse que en ambos extremos hay contenidos que deberían enseñarse en los niveles educativos anteriores y posteriores a la Educación Primaria respectivamente. En relación a la etapa educativa que nos ocupa (6-12 años), el desarrollo de los conocimientos básicos de probabilidad pasa por diferentes fases: a) se inicia de manera informal, introduciendo el vocabulario vinculado por medio de actividades centradas en los juicios que emiten los alumnos con base en sus propias experiencias, llevándoles a responder preguntas sobre la probabilidad de sucesos, cuyas respuestas consideran el empleo de términos como: más probable, menos probable o imposible; b) sigue con la realización de experimentos aleatorios con material concreto como bolitas, fichas de colores, monedas, ruletas, etc., para empezar a aprender cómo cuantificar la probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso, que oscila entre 0 (imposible) y 1 (seguro); y c) finaliza con el cálculo de probabilidades de sucesos compuestos sencillos, dejando para la siguiente etapa educativa el cálculo de probabilidad de sucesos dependientes e independientes, así como conceptos de mayor complejidad.

En relación al currículo español, se presentan los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables que se refieren a la probabilidad, incluidos dentro del bloque 5 “Estadística y probabilidad” del currículo básico de Educación Primaria [4].

Tabla 2. Orientaciones curriculares en el currículo español para la Educación Primaria.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<p>Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos.</p> <p>Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas..</p> <p>Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales.</p> <p>Análisis crítico de las informaciones que se</p>	<p>1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica.</p> <p>2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.</p> <p>3. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado de situaciones sencillas en las</p>	<p>2.1. Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos, de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencias absolutas y relativas.</p> <p>2.3. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas.</p> <p>4.1. Identifica situaciones de</p>

<p>presentan mediante gráficos estadísticos.</p> <p>Carácter aleatorio de algunas experiencias.</p> <p>Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.</p>	<p>que intervenga el azar y comprobar dicho resultado.</p> <p>4. Observar y constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición.</p> <p>5. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.</p>	<p>carácter aleatorio.</p> <p>4.2. Realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos con monedas, dados, etc.</p> <p>5.1. Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística y probabilidad, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento, creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.</p> <p>5.2. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, proponiendo otras formas de resolverlo.</p>
---	--	---

En [11] puede consultarse una propuesta de distribución por niveles de estos contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. A grandes rasgos, como puede apreciarse, el trabajo de conocimientos probabilísticos en el currículo español sigue las mismas fases que en el currículo americano.

Respecto al currículo chileno, las “Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática” [3] recogen los siguientes contenidos probabilísticos, dentro del eje de “Datos y probabilidades”:

Tabla 3: Orientaciones curriculares en el currículo chileno para la Educación Básica.

Nivel	Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación Sugeridos
1º básico	Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre sí mismo y el entorno, usando bloques, tablas de conteo y pictogramas.	<p>Registan datos, usando bloques y tablas de conteo.</p> <p>Recolectan y organizan datos, usando material concreto, registros informales y tablas de conteo.</p> <p>Responden preguntas, utilizando la información recolectada.</p>
2º básico	<p>Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados, usando bloques y tablas de conteo y pictogramas.</p> <p>Registrar en tablas y</p>	<p>Recolectan datos acerca de lanzamientos de dados y monedas.</p> <p>Registan datos en una tabla de conteo acerca de datos de lanzamientos de monedas y dados.</p> <p>Registan datos acerca de lanzamientos de dados y monedas, usando cubos apilables.</p>

	gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas.	Responden preguntas en el contexto de juegos con monedas, usando registros expresados en cubos apilables. Registran resultados de juegos aleatorios con dados y monedas en tablas. Registran resultados de juegos aleatorios con dados y monedas en gráficos de barra simple.
3º básico	Registrar y ordenar datos obtenidos de juegos aleatorios con dados y monedas, encontrando el menor, el mayor y estimando el punto medio entre ambos.	Realizan juegos aleatorios con dados de diferentes formas y monedas, registrando los resultados en tablas de conteo y diagramas de punto.
4º básico	Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, y tabular y representar mediante gráficos de manera manual y/o con software educativo.	Realizan experimentos con dados de distintas formas. Extraen naipes al azar con y sin devolver. Reconocen que los resultados de experimentos lúdicos no son predecibles. Realizan repeticiones de un mismo experimento, determinan la frecuencia absoluta y la representan en gráfico. Usan software educativo para simular experimentos aleatorio.
5º básico	Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento en base a un experimento aleatorio, empleando los términos seguro – posible - poco posible - imposible. Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.	Describen eventos posibles en el resultado de un juego de azar. Se refieren a la posibilidad de ocurrencia de un evento, mediante expresiones simples como seguro, posible, poco posible o imposible. Ejemplifican eventos cuya posibilidad de ocurrencia es segura, posible, poco posible o imposible. Ejemplifican eventos cuya probabilidad de ocurrencia es mayor que la de otros eventos, sin calcularla. Juegan a lanzar dados o monedas y, frente a eventos relacionados con estos lanzamientos, dicen, sin calcular, cuál es más probable que ocurra. Hacen apuestas entre alumnos y dicen, sin calcular, quién tiene más probabilidad de ganar.
6º básico	Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando software educativo.	Enumeran resultados posibles de lanzamientos de monedas o dados con ayuda de un diagrama de árbol. Realizan de manera repetitiva experimentos con monedas para conjeturar acerca de las tendencias de los resultados. Conjeturan acerca de porcentajes de ocurrencia de eventos relativos a lanzamientos de monedas o dados.

Como puede apreciarse en la tabla 3, es posible distinguir también tres etapas orientadoras del proceso de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad para la educación básica: 1) plantear distintos tipos de situaciones y preguntas, en un contexto familiar y de interés para los alumnos, que les permita distinguir los datos que son pertinentes para responder; b) organizar y analizar datos a través de distintos registros que permitan realizar inferencias y predicciones para responder a las situaciones y preguntas; c) adquirir nociones básicas de probabilidad para su aplicación en situaciones de la vida diaria y para su estudio con mayor profundidad en etapas posteriores

En síntesis, las orientaciones curriculares de la asociación norteamericana de profesores de matemáticas -que sirven de base para el diseño de los currículos de matemáticas de la mayoría de países- sugieren que en la didáctica de la probabilidad en Educación Primaria deberían considerarse tres fases correlativas: en primer lugar, la adquisición de lenguaje probabilístico elemental (términos como imposible, probable y seguro); en segundo lugar, la cuantificación de la probabilidad, considerando que la posibilidad de ocurrencia de un hecho oscila entre 0 (cuando es imposible) hasta 1 (cuando es seguro); y en tercer lugar, el cálculo de la probabilidad de ocurrencia de un hecho. Este proceso de adquisición de conocimientos probabilísticos se contempla de forma similar en el currículo español, y se refieren básicamente a los significados intuitivo, laplaciano y frecuencial de la probabilidad, con algunos matices vinculados al significado subjetivo. En el caso del currículo chileno, se aprecia también la influencia de las directrices del NCTM, aunque con una menor profundidad y amplitud en los contenidos, ya que solo se aborda la probabilidad desde un punto de vista intuitivo y más bien ligada a una visión frecuentista.

3. La probabilidad: su presencia en los libros de texto de Educación Primaria

Se han examinado dos colecciones de libros de texto, una española correspondiente a la Editorial Casals [12], formada por una colección de cuadernos (tres por nivel) cuya meta es desarrollar y evaluar la competencia matemática; y otra chilena perteneciente a la Editorial Pearson Educación de Chile Ltda [13] y la Editorial Galileo [14], que el Ministerio de Educación distribuye gratuitamente a más de tres millones de alumnos para la asignatura de matemáticas, formada por seis libros de texto (uno para cada nivel).

Para evaluar ambas colecciones se han seguido algunos pasos de la metodología de Cobo [15]: a) selección de capítulos que abordan la probabilidad; b) lectura minuciosa de los capítulos que tratan el tema, clasificando y agrupando las definiciones, propiedades, representaciones y justificaciones prototípicas e intentando determinar los elementos de significado con base en los objetos matemáticos identificados en las orientaciones curriculares. Siguiendo estos pasos, revisamos el desarrollo de contenidos de probabilidad de cada texto, obteniendo una aproximación de los contenidos de probabilidad que desarrollan (tablas 4 y 5).

3.1. La presencia de la probabilidad en la colección de libros de textos española

En la colección española, la probabilidad se trata en todos los niveles, y a partir de actividades competenciales contextualizadas dadas las finalidades de la colección.

Tabla 4. Presencia de la probabilidad en los libros de texto españoles

Curso	Cuaderno (C) y Actividad competencial (A)	Contenidos	Páginas
1º	C1 A6. El zoo	Organización de datos en una tabla.	12-13
	C1 A11. Qué tiempo hace	Diagrama de barras.	22-23
	C2 A6. El dado y la ruleta	Organización de datos en una tabla.	12-13
	C2 A11. Los números de la calculadora	Diagrama de barras. Hechos posibles e imposibles.	22-23

	C3 A6. Los billetes y las monedas. C3 A11. La revisión médica	Hechos seguros, probables e improbables.	12-13 22-23
2º	C4 A6. Juegos de azar C4 A11. La mascota de la clase.	Juegos aleatorios con dados, monedas y fichas. Resolver problemas extrayendo datos de un gráfico.	12-13 22-23
	C5 A6. Unos días de campamento. C5 A11. El contador de billetes	Recogida de datos, organización en tablas, representación e interpretación. Gráfico de barras. Hechos imposibles, probables y seguros.	12-13 22-23
	C6 A6. La visita al dentista. C6 A11. La noticia del periódico	Recogida de datos, organización en tablas, representación e interpretación. Gráficos de barras dobles. Pictogramas.	12-13 22-23
3º	C7 A6. Los animales de la granja. C7 A11. ¿Cuánta pizza comes?	Recoger datos utilizando técnicas de recuento, ordenando los datos atendiendo a criterios de clasificación y expresando el resultado en forma de tabla o gráfico.	12-13 22-23
	C8 A6. Contamos coches C8 A11. Juegos de azar	Construir, leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, de acuerdo a información recolectada o dada. Experimentos justos e injustos (igual y diferente probabilidad de sucesos)	12-13 22-23
	C9 A6. La encuesta de consumo C9 A11. Las bolsas de caramelos	Representar datos usando diagramas de puntos. Gráficos lineales. Sucesos numéricos y no numéricos: imposibles, probables, seguros.	12-13 22-23
4º	C10 A6. El número de hermanos. C10 A11. Una investigación en el parque.	Realizar encuestas, analizar los datos y comparar con los resultados de muestras aleatorias, usando tablas y gráficos. Recoger datos utilizando técnicas de recuento. Lectura de información explícita o implícita. Recoger datos utilizando técnicas de recuento.	12-13 22-23
	C11 A6. Una investigación con vehículos. C11 A11. Los juegos olímpicos	Gráficos de barras dobles/de dos características. Resolución de problemas en los cuales es necesario extraer información de tablas o gráficos.	12-13 22-23
	C12 A6. La probabilidad matemática de los sucesos C12 A11. El Matepractic.	Introducción a la cuantificación de la probabilidad de un hecho.	12-13 22-23
5º	C13 A6. Visitas al blog. C13 A12. Las elecciones	Análisis de las convenciones para la construcción de gráficos de barras.	12-13 24-25
	C14 A6. La revisión médica C14 A12. La bolsa de caramelos	Introducción al cálculo de probabilidades.	12-13 24-25

	C15 A6. El crecimiento de la población C15 A12. El menú del comedor escolar	Gráficos lineales de dos características. Combinatoria.	12-13 24-25
6º	C16 A6. El viaje de fin de curso. C16 A12. Selección de personal.	Lectura de datos para responder preguntas. Tablas y gráficos: lineales de tres características; de tallo y hojas.	12-13 24-25
	C17 A6. La colección de cromos C17 A12. Juegos de azar	Variables estadísticas: frecuencia relativa y absoluta, desviación y mediana. Cálculo de probabilidades. Introducción (implícita) a la regla de Laplace Error aleatorio	12-13 24-25
	C18 A6. El grupo musical preferido C18 A12. La estadística de nuestro entorno	Gráfico de sectores. Variables estadísticas: frecuencia absoluta y relativa, media y moda Razonamiento estadístico.	12-13 24-25

En las figuras 2 a 4 se muestran algunos ejemplos, que ilustran a grandes rasgos las distintas fases de la didáctica de la probabilidad en Educación Primaria: la adquisición de lenguaje probabilístico, la cuantificación de la probabilidad de ocurrencia de un hecho y el inicio del cálculo de probabilidades:

6. Juegos de azar
Unos niños juegan con dados, con monedas y con fichas. Lee con atención cada uno de los experimentos que hacen y completa las frases con la palabra adecuada.



1. Un niño lanza un dado al aire, es _____ que salga un 8.

seguro probable imposible



Puntuación

12 Puntuación máxima: • Conozco: 1 punto •• Empleo: 2 puntos ••• Razono: 3 puntos 13

2. Una niña lanza una moneda al aire, es _____ que salga cara.

seguro probable imposible

Puntuación

3. Una niña coloca 2 fichas rojas y 4 fichas azules en una bolsa. Si saca una ficha, es _____ que sea azul.

seguro probable imposible

Puntuación

4. Un niño coloca 5 fichas amarillas y 10 fichas verdes en una bolsa. Si saca una ficha, es _____ que sea roja.

seguro probable imposible

Puntuación

5. Una niña lanza 10 veces una moneda al aire. Es _____ que salgan tantas caras como cruces.

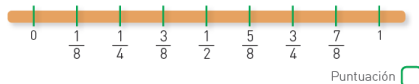
seguro probable imposible

Puntuación

Figura 2: Adquisición de lenguaje probabilístico (Cuaderno 4, Actividad competencial 6: Juegos de azar. Alsina 2015, pp. 12-13)

6. La probabilidad matemática
 La probabilidad matemática de que un suceso ocurra es la comparación entre el número de resultados favorables y el número de resultados posibles. Se expresa como 0, 1 o una fracción entre 0 y 1.

1. Señala con una cruz la probabilidad del suceso «que el próximo domingo vayas al cole».



2. María hace un trayecto de 125 km en coche sin parar. Escribe con un número entre 0 y 1 o con una fracción la probabilidad de ocurrencia de los siguientes sucesos.

Suceso	Probabilidad de ocurrencia
Tarda una hora y media, aproximadamente	
Tarda 2 días	
Tarda 5 horas	

Puntuación

12 Puntuación máxima: ● Conoce: 1 punto ● Emplea: 2 puntos ● Razona: 3 puntos

3. Piensa en tu próximo fin de semana y escribe un hecho que tenga una probabilidad de ocurrencia de $\frac{3}{4}$.

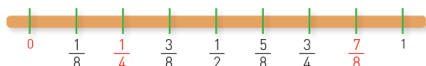
Puntuación

4. Compara con los signos $<$ y $>$ las fracciones que indican la posibilidad de ocurrencia de dos hechos.



Puntuación

5. Piensa en tus próximas vacaciones y escribe un hecho para cada una de las fracciones que están escritas en rojo, según su probabilidad de ocurrencia.

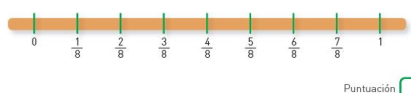


Puntuación

Figura 3: Cuantificación de la probabilidad de ocurrencia de un hecho (Cuaderno 12, Actividad competencial 6: la probabilidad matemática de los sucesos. Alsina 2015, pp. 12-13)

12. La bolsa de caramelos
 Una niña va a comprar caramelos y mete dentro de una bolsa 3 de limón, 4 de naranja y 1 de menta.

1. Señala en la recta la probabilidad de sacar un caramelo de naranja.



2. Pinta la probabilidad de sacar un caramelo de limón.



Puntuación

24 Puntuación máxima: ● Conoce: 1 punto ● Emplea: 2 puntos ● Razona: 3 puntos

3. Indica la probabilidad de sacar un caramelo que no sea de limón.



Puntuación

4. Indica la probabilidad de sacar un caramelo que sea de limón o menta.



Puntuación

5. Indica la probabilidad de sacar un caramelo que sea de limón, menta o naranja. Razona tu respuesta.



Puntuación

Consulta el solucionario y completa esta tabla con la puntuación obtenida en cada tarea.

DOMINIO DE LOS CONTENIDOS	TAREA					TOTAL
	1	2	3	4	5	
Representación de datos						A12

CONSULTA LAS TABLAS DE PUNTUACIÓN DE LA PAGINA 27 PARA CONOCER TU GRADO DE LOGRO.

Figura 4: Inicio del cálculo de probabilidades (Cuaderno 14, Actividad competencial 12: la bolsa de caramelos. Alsina 2015, pp. 24-25).

3.2. La presencia de la probabilidad en la colección de libros de textos chilena

En la colección chilena, en algunos libros los contenidos se presentan de forma explícita en unidades y lecciones completas (2º, 4º y 5º). En cambio en otros se presenta de manera implícita, como en el texto de 3º, que desarrolla la probabilidad a través de problemas vinculados a otras unidades. Cabe señalar que los libros de texto de 1º y 6º no presentan contenidos de probabilidad, en disonancia con el currículo.

Tabla 5. Presencia de la probabilidad en los libros de texto chilenos

Curso	Unidad	Lecciones	Páginas
1º	No presenta contenidos		
2º	U10: Gráficos y probabilidad	L10.6: eventos probables y poco probables L10.7: Seguro, probable e imposible	236-243
3º	U7: Medición	L7.1: Hora, media hora y cuarto de hora	172-173
	U8: Fracciones	L8.6: Hacer una tabla y buscar patrón L9.8: Usar tablas y gráficos para sacar conclusiones	204-205
	U9: Datos y gráficas		226-227
4º	U11: Gráficos y probabilidad	L11.6: Resultados y experimentos	256-275
5º	U15: Probabilidad	L1: Resultados posibles L3: Hacer predicciones L4: Probabilidad como fracción L5: Probabilidad experimental	364-388
6º	No presenta contenidos		

En las figuras siguientes se muestran algunos ejemplos de actividades:

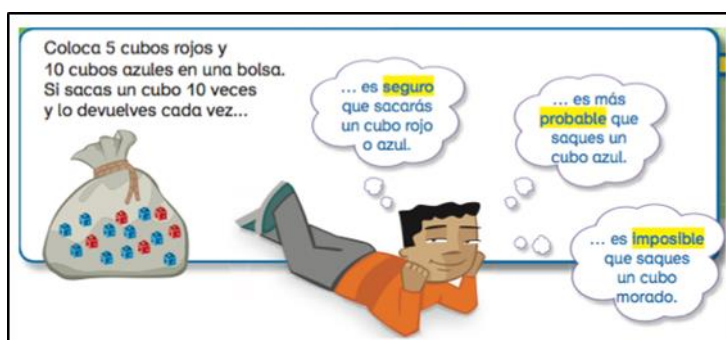


Figura 5. Definición asociada al concepto de sucesos seguro, probable e imposible (Matemática 2º Básico. Rodríguez y Carreño 2013, pp. 238)

MATEMÁTICA A LA OBRERA **Actividad**

Materiales ■ fichas de colores de igual tamaño ■ bolsa

Paso 1
Coloca en la bolsa 6 fichas azules, 3 rojas y 1 amarilla.

Paso 2
Copia la tabla. Predice los resultados de sacar una ficha de la bolsa 30 veces. Escribe marcas de conteo en la columna "Resultados predichos" para mostrar el número de veces que piensas que se puede sacar cada color.

	Resultados predichos	Resultados reales
azul		
rojo		
amarillo		

Paso 3
Saca una ficha de la bolsa. Registra el resultado en la columna "Resultados reales" de tu tabla.

Paso 4
Coloca la ficha de nuevo en la bolsa. Repítelo 29 veces más.

- ¿Cómo se comparan tus resultados reales con tus predicciones?
- Enumera todos los resultados posibles. ¿Qué resultado es más posible? Explica.
- ¿Qué resultado es menos posible? Explica.

Figura 6. Predicción de resultados a partir de datos (Matemática 5º Básico. Rocamora et al., 2013, pp. 373)

Más ejemplos Halla la probabilidad de cada suceso cuando todas las bolitas son del mismo tamaño. Después, escribe la probabilidad.

A Halla la probabilidad de sacar una bolita que no sea azul.
La probabilidad de que no sea azul $= \frac{5}{8}$ ← $\frac{\text{resultados favorables (4 rojas, 1 verde)}}{\text{total de resultados posibles (3 azules, 4 rojas, 1 verde)}}$
La probabilidad de sacar una bolita que no sea azul es posible.

B Halla la probabilidad de sacar una bolita verde.
La probabilidad de que sea verde $= \frac{0}{9}$ ← $\frac{\text{resultados favorables (0 verdes)}}{\text{total de resultados posibles (3 azules, 4 rojas, 2 amarillas)}}$
La probabilidad de sacar una bolita verde es imposible.

C Halla la probabilidad de sacar una bolita roja o verde.
La probabilidad de que sea roja o verde $= \frac{5}{7}$ ← $\frac{\text{resultados favorables (2 rojas, 3 verdes)}}{\text{total de resultados posibles (2 rojas, 3 verdes, 2 blancas)}}$
La probabilidad de sacar una bolita roja o verde es posible.

D Halla la probabilidad de sacar una bolita negra.
La probabilidad de que sea negra $= \frac{8}{8}$ ← $\frac{\text{resultados favorables (8 negras)}}{\text{total de resultados posibles (8 negras)}}$
La probabilidad de sacar una bolita negra es segura.

Figura 7. Cálculo de probabilidades (Matemática 5º Básico. Rocamora et al., 2013, pp. 377)

A partir del análisis realizado en relación a distintos objetos matemáticos (situaciones problemáticas, elementos lingüísticos, conceptos/definiciones, propiedades, procedimientos y argumentos) presentes en los libros de texto de Educación Primaria se infiere que la probabilidad es abordada, principalmente, desde un enfoque intuitivo, para luego incluir de manera progresiva los significados frecuencial y laplaciano, e incluyéndose también en algunos casos puntuales un leve acercamiento a la interpretación subjetiva de la probabilidad.

Conclusiones

La enseñanza de la probabilidad a partir de libros de texto se realiza desde una perspectiva sobre todo intuitiva en la que se otorga gran importancia al uso de lenguaje cotidiano e informal. Este enfoque favorece el desarrollo del pensamiento probabilístico a partir de un contexto familiar y cercano, sobre todo en los primeros cursos de primaria, pero progresivamente se debería avanzar hacia un lenguaje probabilístico que permita alcanzar un aprendizaje en profundidad [16]. Bajo esta perspectiva, es necesario que los libros presenten situaciones problemáticas adecuadas que permitan adquirir los conceptos y propiedades claves asociadas a un estudio integral de la probabilidad desde su diversidad de significados, aspecto que se da de forma desigual en las dos colecciones analizadas.

Adquiere, pues, gran importancia el enfoque dado al proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, que debería evolucionar desde las ideas intuitivas e informales (intuiciones primarias) que tienen los alumnos sobre probabilidad y azar hasta adquirir la rigurosidad matemática asociada a la cuantificación y el cálculo de probabilidades (intuiciones secundarias). Las intuiciones primarias sobre el azar están presentes en los niños antes de los 7 años, y es después de esta edad cuando los niños alcanzan, poco a poco, una estructura conceptual distinta y organizada que desempeña un rol fundamental para el desarrollo completo del razonamiento probabilístico. Asimismo, es importante considerar las múltiples aplicaciones de la probabilidad tanto en la vida cotidiana como en otras disciplinas en que es necesario tomar decisiones en situaciones de incertidumbre.

De lo anterior, es posible deducir ciertos aspectos a contemplar para una enseñanza idónea de la probabilidad en Educación Primaria, que debería contemplar las particularidades de los distintos niveles escolares:

- Nociones previas sobre azar y/o aleatoriedad y probabilidad.
- Diversidad de significados de la probabilidad asociados a distintas aplicaciones en la vida diaria.
- Vinculación del cálculo de probabilidad de ocurrencia de un suceso con la realización o simulación de experimentos.
- Cuantificación de la posibilidad de ocurrencia de un suceso o evento.
- Distinción entre probabilidad teórica y empírica.

En síntesis, pues, aún sin haber analizado otras colecciones de libros de texto, puede concluirse que, en términos generales, el trato que se da a la probabilidad en los libros de texto no está siempre en absoluta concordancia con las directrices curriculares. Se hace necesario, pues, un replanteamiento riguroso en los textos escolares respecto a los contenidos matemáticos en general, y los de probabilidad en particular, para que los alumnos aprendan lo que deberían aprender, sobre todo considerando que el libro de texto sigue siendo el recurso mayoritario para enseñar matemáticas en Educación Primaria.

Referencias bibliográficas

[1] National Council of Teachers of Mathematics (1989): "Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics". NCTM, Reston, VA (Estados Unidos).

[2] National Council of Teachers of Mathematics (2000): "Principles and standards for school mathematics". NCTM, Reston, VA (Estados Unidos).

[3] Ministerio de Educación (2012): "Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática. Santiago de Chile. Unidad de Currículum y Evaluación.

[4] Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014): "Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria". Boletín Oficial del Estado, 52, 19349-19420.

- [5] Batanero, C., Henry, M., y Parzysz, B. (2005): "The nature of chance and probability" en G. Jones: Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning. Springer, 15-37, Nueva York (Estados Unidos).
- [6] Vásquez, C. y Alsina, Á. (2014): "Enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado". *Números*, 85, 5-23.
- [7] Stylianides, G. J. (2009): "Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks". *Mathematical thinking and learning*, 11(4), 258-288.
- [8] Remillard, J. T. (2000): "Can curriculum materials support teachers' learning?". *Elementary School Journal*, 100(4), 331-350.
- [9] Chevallard, Y. (1991): "La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado". Aique, Buenos Aires (Argentina).
- [10] Laplace, P. S. (1985): Ensayo filosófico sobre las probabilidades. Alianza Editorial (trabajo original publicado en 1814), Madrid (España)
- [11] Arteaga, B., Gómez, M. y Macías, J. (2014): "Aprender para enseñar: estadística para maestros". Recuperado de: http://www.researchgate.net/publication/268219626_Aprender_para_enseñar_estadística_para_maestros.
- [12] Alsina, Á. (2015): "Matepractic. Desarrolla y evalúa tu competencia matemática". Editorial Casals, Barcelona (España).
- [13] Rodríguez, M. y Carreño, X. (2013): "Matemática 1º, 2º, 3º y 4º básico". Pearson Educación de Chile Ltda, Santiago de Chile (Chile).
- [14] Rocamora, P., Riquelme, M., Ainardi, V., Ldunate, V., Falconi, P. y Chala, J. (2013): "Matemática 5º y 6º básico". Galileo, Santiago de Chile (Chile).
- [15] Cobo, B. (2003): "Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria". Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada (España).
- [16] Chapman, A. (1995): "Intertextuality in school mathematics: The case of functions". *Linguistics and Education*, 7(3), 243-262.