

¿Te cuento un cuento antes de los ejercicios de matemáticas?

Propuesta de aula (secundaria)

Carmen Moreno Ruiz; Javier González Moreno

email: morenoruiz@um.es; javier_gm_1991@hotmail.com

IES Alcántara, Alcantarilla (Murcia); Universidad León

RESUMEN

La combinación de dos recursos didácticos como el cuento y GeoGebra aplicadas a enseñanza de conceptos geométricos (punto, recta, parábola, circunferencia o la elipse) permite sinergias que potencien la acción de ambas.

En esta propuesta se utiliza además un breve cuento que produzca una motivación en el alumno y dote de sentido a la actividad matemática que el profesor pretende desarrollar) y la aplicación de GeoGebra, que complementan la secuencia ordinaria de ejercicios de las matemáticas a niveles de secundaria.

Palabras clave: punto, recta, parábola, coordenadas, cuento, GeoGebra, secundaria.

Índice

1. INTRODUCCIÓN.	Pág 2
2. MARCO TEÓRICO	Pág 4
2.1. OBJETIVOS DE LA ETAPA.	Pág 5
2.2. CONTENIDOS. CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	Pág 6
3. LA ACTIVIDAD. OBJETIVOS Y CONTENIDOS.	Pág 7
4. METODOLOGÍA. MATERIAL, AGRUPAMIENTO Y ORGANIZACIÓN.	Pág 11
5. CUENTO MATEMÁTICO	Pág 12
6. PROPUESTA DE ACTIVIDADES PARA EL ALUMNO	Pág 16
7. BIBLIOGRAFÍA	Pág. 20

1. INTRODUCCIÓN.

En esta propuesta se utiliza tanto el cuento como GeoGebra en el aula para trabajar matemáticas. Según RAE la definición de **cuento** (Del lat. *compŭtus*, cuenta) es:

1. m. Relato, generalmente indiscreto, de un suceso.
2. m. Relación, de palabra o por escrito, de un suceso falso o de pura invención.
3. m. Narración breve de ficción.

Por tanto el cuento es una narración breve de carácter ficcional protagonizada por un grupo reducido de personajes y con un argumento sencillo. Las partes del cuento son

Introducción o planteamiento: La parte inicial de la historia, donde se presentan todos los personajes y sus propósitos. La introducción sienta las bases para que el nudo tenga sentido.

Desarrollo o nudo: Es la parte donde se presenta el conflicto o el problema de la historia, toma forma y suceden los hechos más importantes.

Desenlace o final: donde se suele dar la solución a la historia.

Por otro lado GeoGebra es un programa para estudiar y enseñar álgebra y geometría que se puede descargar gratis en la página oficial www.GeoGebra.org o bien en <http://GeoGebra.softonic.com/descargar>. Con GeoGebra pueden realizarse construcciones a partir de puntos, rectas, semirrectas, segmentos, cónicas, etc. Además de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción

de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (**Geometría**) y otra en la Vista Algebraica (**Álgebra**). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos, los valores numéricos y las gráficas geométricas.

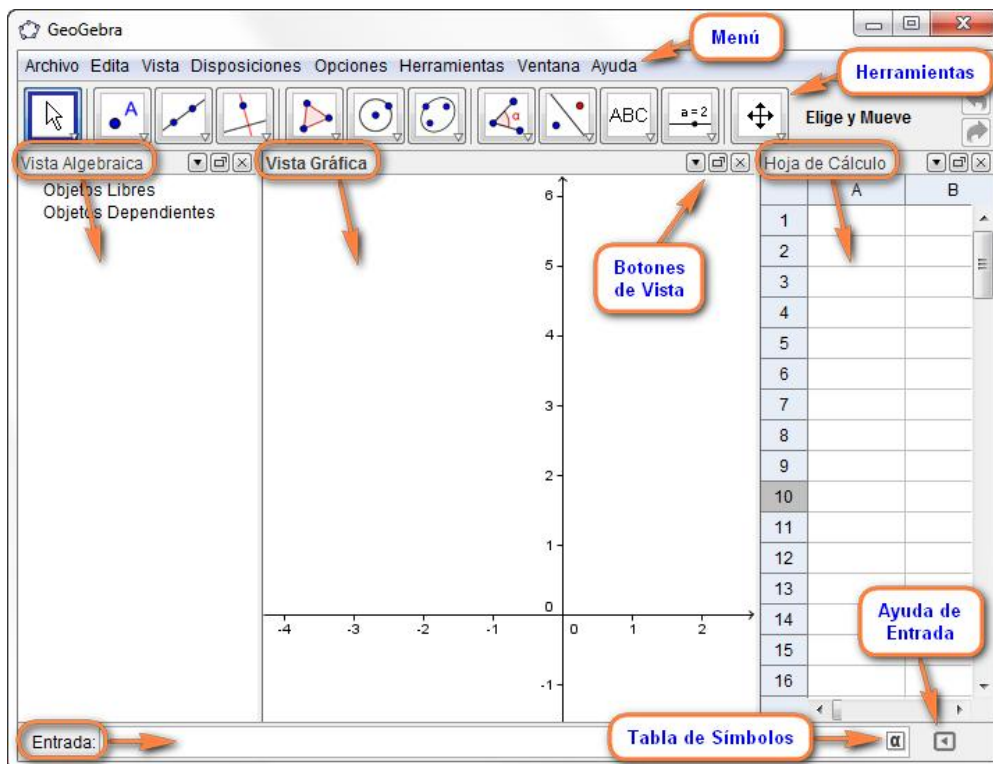


Figura 1 Interfaz de GeoGebra. Fuente: <http://recursos.cepindalo.es/mod/book/view.php?id=1081&chapterid=507>

Las herramientas gráficas son:



Figura 2. Herramientas de GeoGebra más usuales. Se activan situando el ratón.

Fuente: https://wiki.geogebra.org/es/Herramientas_Gr%C3%A1ficas

Cada icono en la Barra representa una herramienta, que a su vez contiene una selección de las del mismo tipo que se despliegan con un *clic* sobre el triangulito rojo.

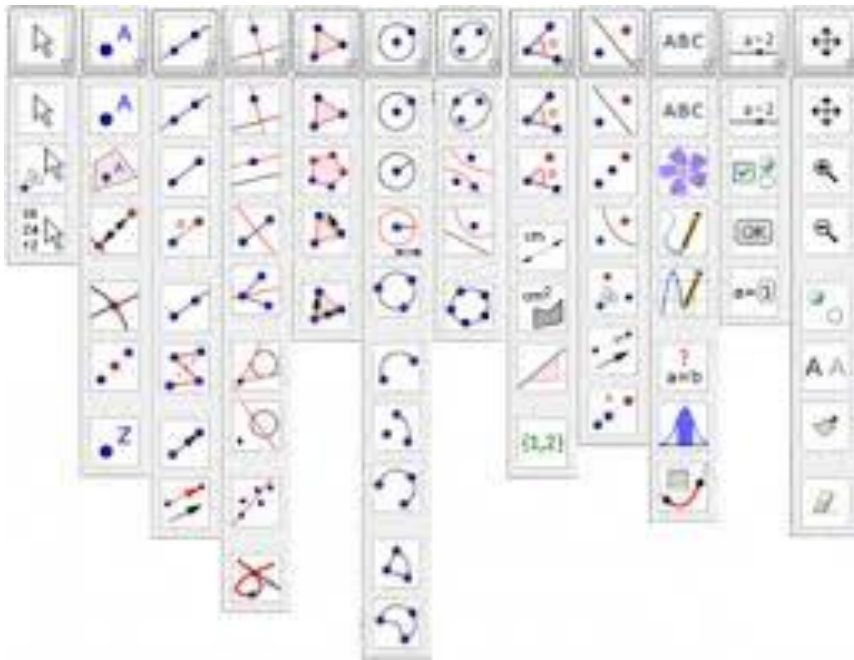


Figura 3. Otras herramientas de GeoGebra. Se abren al pinchar en el triangulito rojo.

Fuente: <http://ingridjim1010.blogspot.com.es/>

Todo lo trazado es modificable en forma dinámica: es decir que si algún objeto B depende de otro A, al modificar A, B pasa a ajustarse y actualizarse para mantener las relaciones correspondientes con A.

2. . MARCO TEÓRICO

El Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato:

- en el artículo 2.2 que la Educación Secundaria Obligatoria establece las competencias y que deberán **diseñarse actividades de aprendizaje integradas que permitan al alumnado avanzar hacia los resultados de aprendizaje de más de una competencia al mismo tiempo**. Se potenciará el desarrollo de las competencias Comunicación lingüística, Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- en el artículo 15.2 que en la Educación Secundaria Obligatoria se prestará una atención especial a la adquisición y el desarrollo de las competencias y se fomentará la correcta expresión oral y escrita y el uso de las matemáticas. A fin de **promover el hábito de la lectura, se dedicará un tiempo a la misma en la práctica docente de todas las materias**.

El Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, en el artículo 2.1 se define

- b) **Objetivos:** referentes relativos a los logros que el estudiante debe alcanzar al finalizar cada etapa, como resultado de las experiencias de enseñanza-aprendizaje intencionalmente planificadas a tal fin.
- c) **Competencias:** capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos.
- d) **Contenidos:** conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que contribuyen al logro de los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa y a la adquisición de competencias. Los contenidos se ordenan en asignaturas, que se clasifican en materias y ámbitos, en función de las etapas educativas o los programas en que participe el alumnado.
- e) **Estándares de aprendizaje evaluables:** especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje, y que concretan lo que el estudiante debe saber, comprender y saber hacer en cada asignatura; deben ser observables, medibles y evaluables y permitir graduar el rendimiento o logro alcanzado. Su diseño debe contribuir y facilitar el diseño de pruebas estandarizadas y comparables.
- f) **Criterios de evaluación:** son el referente específico para evaluar el aprendizaje del alumnado. Describen aquello que se quiere valorar y que el alumnado debe lograr, tanto en conocimientos como en competencias; responden a lo que se pretende conseguir en cada asignatura.

2.1. OBJETIVOS DE LA ETAPA.

Tomando como referente el artículo 11. *Objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria* del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, los que están relacionados son

- e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.
- h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

2.2. CONTENIDOS. CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE

EN 1ºy 2º de ESO

Bloque 4. Funciones		
<p>Coordenadas cartesianas: representación e identificación de puntos en un sistema de ejes coordenados.</p> <p>El concepto de función: Variable dependiente e independiente. Formas de presentación (lenguaje habitual, tabla, gráfica, fórmula). Crecimiento y decrecimiento. Continuidad y discontinuidad. Cortes con los ejes. Máximos y mínimos relativos. Análisis y comparación de gráficas.</p> <p>Funciones lineales. Cálculo, interpretación e identificación de la pendiente de la recta. Representaciones de la recta a partir de la ecuación y obtención de la ecuación a partir de una recta.</p> <p>Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas.</p>	<p>1. Conocer, manejar e interpretar el sistema de coordenadas cartesianas.</p> <p>2. Manejar las distintas formas de presentar una función: lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y ecuación, pasando de unas formas a otras y eligiendo la mejor de ellas en función del contexto.</p> <p>3. Comprender el concepto de función. Reconocer, interpretar y analizar las gráficas funcionales.</p> <p>4. Reconocer, representar y analizar las funciones lineales, utilizándolas para resolver problemas.</p>	<p>1.1. Localiza puntos en el plano a partir de sus coordenadas y nombra puntos del plano escribiendo sus coordenadas.</p> <p>2.1. Pasa de unas formas de representación de una función a otras y elige la más adecuada en función del contexto.</p> <p>3.1. Reconoce si una gráfica representa o no una función.</p> <p>3.2. Interpreta una gráfica y la analiza, reconociendo sus propiedades más características.</p> <p>4.1. Reconoce y representa una función lineal a partir de la ecuación o de una tabla de valores, y obtiene la pendiente de la recta correspondiente.</p> <p>4.2. Obtiene la ecuación de una recta a partir de la gráfica o tabla de valores.</p> <p>4.3. Escribe la ecuación correspondiente a la relación lineal existente entre dos magnitudes y la representa.</p> <p>4.4. Estudia situaciones reales sencillas y, apoyándose en recursos tecnológicos, identifica el modelo matemático funcional (lineal o afín) más adecuado para explicarlas y realiza predicciones y simulaciones sobre su comportamiento.</p>

EN 3º ESO Matemáticas orientadas

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 4. Funciones		
<p>Análisis y descripción cualitativa de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.</p> <p>Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente.</p> <p>Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.</p> <p>Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.</p> <p>Expresiones de la ecuación de la recta.</p> <p>Funciones cuadráticas. Representación gráfica. Utilización para representar situaciones de la vida cotidiana.</p>	<p>1. Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica.</p> <p>2. Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado.</p> <p>3. Reconocer situaciones de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funciones cuadráticas, calculando sus parámetros y características.</p>	<p>1.1. Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas.</p> <p>1.2. Identifica las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto.</p> <p>1.3. Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto.</p> <p>1.4. Asocia razonadamente expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente.</p> <p>2.1. Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica puntos de corte y pendiente, y la representa gráficamente.</p> <p>2.2. Obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa.</p> <p>2.3. Formula conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.</p> <p>3.1. Calcula los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente.</p> <p>3.2. Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.</p>

En 3º ESO Matemáticas académicas

Bloque 4. Funciones		
<p>Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica.</p> <p>Estudio de otros modelos funcionales y descripción de sus características, usando el lenguaje matemático apropiado. Aplicación en contextos reales.</p> <p>La tasa de variación media como medida de la variación de una función en un intervalo.</p>	<p>1. Identificar relaciones cuantitativas en una situación, determinar el tipo de función que puede representarla, y aproximar e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.</p> <p>2. Analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales, obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales.</p>	<p>1.1. Identifica y explica relaciones entre magnitudes que pueden ser descritas mediante una relación funcional, asociando las gráficas con sus correspondientes expresiones algebraicas.</p> <p>1.2. Explica y representa gráficamente el modelo de relación entre dos magnitudes para los casos de relación lineal, cuadrática, proporcional inversa y exponencial.</p> <p>1.3. Identifica, estima o calcula elementos característicos de estas funciones (cortes con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, continuidad, simetrías y periodicidad).</p> <p>1.4. Expresa razonadamente conclusiones sobre un fenómeno, a partir del análisis de la gráfica que lo describe o de una tabla de valores.</p> <p>1.5. Analiza el crecimiento o decrecimiento de una función mediante la tasa de variación media, calculada a partir de la expresión algebraica, una tabla de valores o de la propia gráfica.</p> <p>1.6. Interpreta situaciones reales que responden a funciones sencillas: lineales, cuadráticas, de proporcionalidad inversa, y exponenciales</p> <p>2.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos sobre diversas situaciones reales.</p> <p>2.2. Representa datos mediante tablas y gráficos utilizando ejes y unidades adecuadas.</p> <p>2.3. Describe las características más importantes que se extraen de una gráfica, señalando los valores puntuales o intervalos de la variable que las determinan utilizando tanto lápiz y papel como medios informáticos.</p> <p>2.4. Relaciona distintas tablas de valores y sus gráficas correspondientes en casos sencillos, justificando la decisión.</p> <p>2.5. Utiliza con destreza elementos tecnológicos específicos para dibujar gráficas.</p>

El aprendizaje de las funciones necesita el desarrollo de la capacidad de lectura e interpretación de los diferentes lenguajes en los que pueden venir expresadas y del dominio de la traducción de un lenguaje a otro. Es importante que el alumnado formule conjeturas a partir de una gráfica atendiendo a la situación que representa y elabore un informe que describa el fenómeno y los rasgos esenciales en la gráfica. Es conveniente hacer uso de programas informáticos con objeto de conseguir un mejor aprendizaje de conceptos como variable, pendiente, traslaciones, curvatura, tasas de variación, etc., gracias a su capacidad para obtener familias de funciones haciendo variar parámetros. Con el estudio comparativo de los modelos funcionales se persigue distinguir los que crecen de forma lineal de los que no de forma cuantitativa y cualitativa, con calculadoras y ordenador es, intentando evitar cálculos algebraicos pesados que dificulten su comprensión.

3. OBJETIVOS Y CONTENIDOS DE LA ACTIVIDAD.

Las Matemáticas son el soporte –oculto en muchos casos- de los avances técnicos que están tan presentes en la vida cotidiana y que nos hacen la vida tan fácil. Sin embargo estas matemáticas son tan abstractas que se necesita años de estudio y dedicación para llegar a dominarlas. El currículo está diseñado para que al final del bachillerato el alumno sea capaz de entenderlas. Pero el alumno en la etapa de secundaria el alumno se está iniciando en la construcción de definiciones abstractas, y aunque puede seguir y dar argumentaciones informales, no comprende el significado de la deducción. Muchas veces te preguntan ¿esto para qué sirve? A veces se produce un rechazo a la materia.

Por eso es necesario que durante la secundaria el alumno comprenda la importancia del estudio de las matemáticas que están en el currículo

Dentro del modelo de Van Hiele el alumno de secundaria se halla en el nivel llamado de abstracción (sería el 3º nivel de dicho modelo). En el modelo de Van Hiele el alumno progresa desde que inicia su aprendizaje hasta que llegan a su máximo grado de desarrollo intelectual, en el campo a estudiar. (El modelo consta de cinco niveles de razonamiento, de tal manera, que el alumno apoyado por diseños instruccionales concretos, se mueve secuencialmente desde el nivel 1, inicial o básico, llamado de “visualización”, donde el espacio es simplemente observado, y las propiedades de las figuras no se reconocen explícitamente, hasta el 5º y último nivel, “rigor”, relativo a la deducción de aspectos formales y abstractos de la Geometría. El alumno de 1ª de bachillerato estaría en el nivel 4 del razonamiento deductivo. Entiende el sentido de las definiciones y los teoremas pero no reconoce la necesidad de rigor en los razonamientos).

El alumno de secundaria está iniciándose en la abstracción por lo que empezar con el cuento es una oportunidad para cambiar la forma de presentar los conceptos. El hecho de no presentárselos como un cuerpo organizado y acabado puede hacer cambiar esa actitud generalizada de rechazo ante las matemáticas.

Las partes de este cuento son

Introducción o planteamiento: Mac Fly, es el personaje principal. Vive en la estación espacial donde se encarga del mantenimiento. Actualmente está solo porque sus compañeros están en una misión.

Desarrollo o nudo: Mac Fly ve a través de un radar unas débiles señales que identifica con un módulo importante que se creía perdido y se preocupa por averiguar cómo localizarlo con los datos que posee. Primero supone una trayectoria rectilínea. En una segunda fase con más datos descubre que no es rectilínea y busca la curva que mejor se aproxime a la trayectoria. En esta fase el alumno debe trabajar con GeoGebra

Desenlace: debe realizarlo el alumno. Una vez establecido el reto, el profesor pedirá a los alumnos que obtengan conclusiones para encontrar el módulo perdido.

Ventajas del cuento en el aula:

1. Consigue la motivación del alumnado, ya que genera la curiosidad y la necesidad por adquirir los conocimientos y las destrezas.
2. Integra los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes y la cultura escolar para afrontar las situaciones que requieran su empleo, de forma creativa
3. Trabaja la competencia lingüística. Mejora el vocabulario y ayuda a fomentar el hábito de la lectura.
4. Trabaja la competencia matemática, puesto que se aplica el razonamiento matemático y sus herramientas para describir, interpretar y predecir el fenómeno en su contexto. Forma parte de esta destreza la creación de descripciones y explicaciones matemáticas que llevan implícitas la interpretación de resultados matemáticos y la reflexión sobre su adecuación al contexto, al igual que la determinación de si las soluciones son adecuadas y tienen sentido en la situación en que se presentan.

Ventajas de GeoGebra en el aula

1. **Relación entre los gráficos, y su expresión matemática, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (Geometría) y otra en la Vista Algebraica (Álgebra)**
2. Todo lo trazado es modificable en forma dinámica.
3. trabaja la competencia de tratamiento de la información y competencia digital. el alumno utiliza de forma adecuada este recurso tecnológico para realizar aplicaciones de las matemáticas y también como ayuda en el aprendizaje.

Los contenidos matemáticos

1. son conceptos geométricos (como coordenadas cartesianas de un punto, ecuación de una recta, ecuación de una parábola, ecuación de la circunferencia o la elipse). Caracterización de las funciones constantes, lineal y afín por su expresión algebraica y por su gráfica.
2. Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de un fenómeno atendiendo a la gráfica que lo representa y a su expresión algebraica.
3. Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana mediante la confección de tablas, representación gráfica y obtención de la expresión algebraica.
4. Reconocimiento de modelos no lineales de funciones (cuadrático, exponencial y proporcional inverso). Utilización de programas informáticos para su análisis. Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de un fenómeno y sobre el tipo de modelo, lineal o no lineal, que le corresponde, atendiendo a la gráfica que lo representa.
5. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:
 - a). la recogida ordenada y la organización de datos.
 - b). la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.
 - c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico.
 - d). el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas.

Además del Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y	3.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos,

<p>probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones.</p> <p>4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.</p> <p>5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.</p> <p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.</p> <p>7. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.</p>	<p>funcionales, estadísticos y probabilísticos.</p> <p>3.2. Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad.</p> <p>4.1. Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.</p> <p>4.2. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad.</p> <p>5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico.</p> <p>6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p> <p>6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>6.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>6.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.</p> <p>7.1. Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados.</p> <p>8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, persevera</p>
--	---

4. METODOLOGÍA. MATERIAL, AGRUPAMIENTO Y ORGANIZACIÓN DE LA ACTIVIDAD

- **Aula virtual:** En la plataforma Moodle del centro se suben las fichas que el alumno debe trabajar, en función del curso.
- **Aula de referencia:** el grupo del programa Tablet trabaja siempre en su clase.
- **Aula de informática del centro:** solo si el grupo no está en el programa Tablet.

Para la realización de esta experiencia, la metodología seguida en clase será:

1º) Realizar varias (1 o 2 según el curso) sesiones las que el profesor explica los conceptos y con la pizarra digital se trabaje también el programa GeoGebra.

2º) El profesor sube a la plataforma (o entrega fotocopias si no está operativa) el cuento y las fichas. Se efectúa la lectura del primer capítulo en gran grupo, y posteriormente se le pide a los alumnos que rellenen las fichas de trabajo. Puede ser interesante que sean realizadas en grupos de dos (obliga a establecer un plan para organizar el trabajo y a considerar el papel de cada alumno dentro del grupo). Puede durar dos sesiones. Después se hace lo mismo con la ficha 2.

Según el nivel de los alumnos realizan un informe escrito con sus conclusiones. Las actividades tiene varios niveles, en función del curso al que se le proponga y siguen el Proceso: Lectura – Producto - Reflexión

En 1 ESO	FICHA 1,2
En 2º ESO	FICHAS 1, 2, 3
En 3º ESO	FICHAS 1, 2, 3, 4

3º) La colección de fichas servirá como documentación de aprendizaje Finalmente cuando el alumno ha hecho su trabajo, una puesta en común, que motivará la discusión y confrontación de diversos puntos de vista sobre el contenido y las formas más adecuadas de realizar la actividad propuesta, y, además para lograr una producción rica que recoja todas las aportaciones.

5. CUENTO MATEMÁTICO

CAP I. El descubrimiento

Mc Fly trabajaba en la estación espacial como técnico de mantenimiento. Era algo así como un mecánico, ya que se encargaba de mantener en buen estado los elementos de la estación espacial. Pero a veces se sentía como un farero. Hacía ya dos meses que estaba solo porque sus dos compañeros estaban en una misión y aún tardarían seis meses en llegar, eso si todo iba según lo previsto. En esos momentos de soledad se inventó el nombre ESO para referirse a la estación espacial donde trabajaba (Estación Espacial Olvidada). Tampoco Mac Fly era su verdadero nombre, pero eso era otra historia.

Esa mañana todo iba como siempre. Había revisado todos los equipos, y cuando miraba el panel de control para hacer la revisión diaria lo vio. Unos destellos en el radar llamaron su atención. Fijó su atención en el radar y su sorpresa fue en aumento.

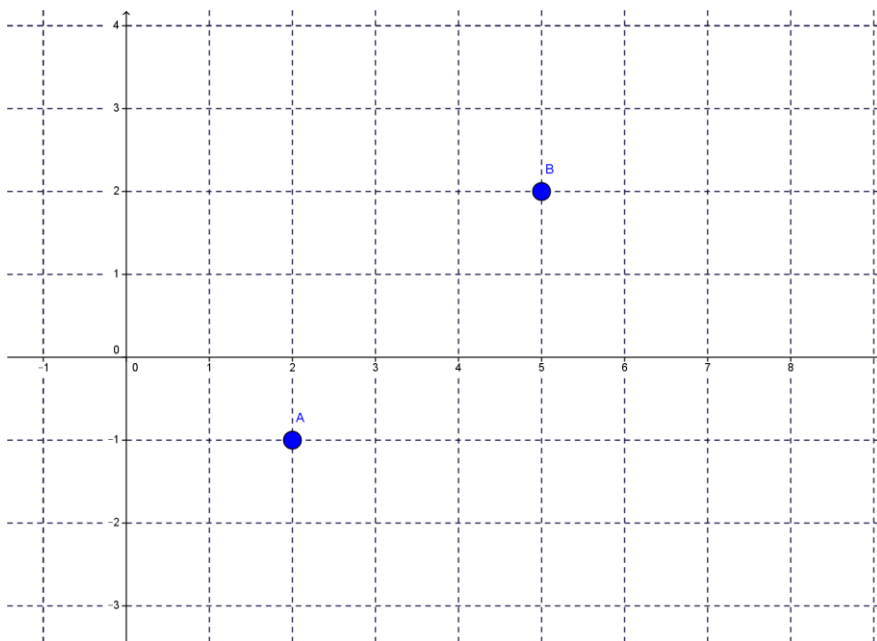


Figura 4. Creación con GeoGebra y exportada al documento

Intrigado sacó una copia de los destellos y dibujó unos ejes coordenados. Lo que había hecho era situar los puntos en un sistema de coordenadas cartesianas. Se llama así en honor a Descartes. Esa noche tardó en conciliar el sueño. ¿De dónde provenían?

CAP II. ¿En línea recta? El modelo lineal

La mañana siguiente se levantó con la sospecha de que los misteriosos destellos procedían de aquél módulo exterior que se le había perdido al último transbordador. Cuando vino desde la

Tierra un pequeño asteroide del cinturón de Kuiper lo golpeó. Además era muy valioso porque contenía gran información en forma de datos y fotografías de Saturno y otros planetas.

Mac Fly decidió que aunque no tuviera una seguridad total, el asunto era sumamente importante, y que era necesario estudiarlo. Dedujo que los puntos que había observado podían indicarle la futura localización y podría o bien ir a buscarlo o por lo menos transferir la información.

El problema es que tenía dos son pocos datos para establecer la trayectoria y además el ordenador central ya estaba ocupado. Esperó y obtuvo un registro del radar con mayor exactitud. Consiguió otro punto más. Entonces tuvo una corazonada: había una estructura y orden en la forma que éstos describían y la forma que estos destellos describían en la pantalla del radar le resultaba muy familiar. Parecía una recta, pero no estaba seguro.

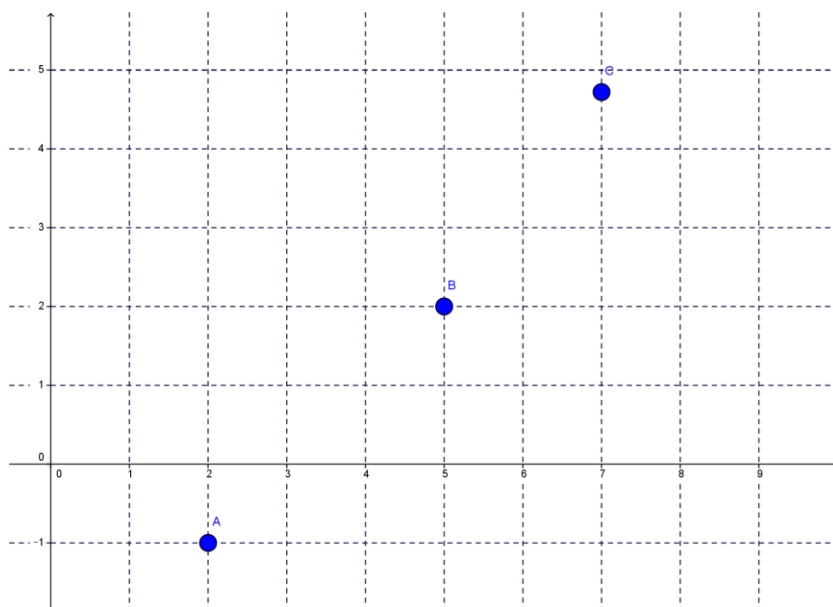


Figura 5. Creación con GeoGebra y exportada al documento.

Mac Fly miró el papel. Lo primero que hizo fue unir cada uno de los puntos con su consecutivo para ver si estaban alineados. Al fin y al cabo esta suele ser la trayectoria si el objeto no está sujeto a fuerzas que modifiquen su trayectoria. Además las rectas tienen una ecuación sencilla. Trazó la recta que pasa por A y por B, y para su decepción C no era un punto de la recta. La cosa se complicaba y contactó con sus compañeros de misión. Quedaron en que Mac Fly fuese tomando anotaciones y cuando terminaran la misión y volvieran a la nave, entre todos lo resolverían. ¿Puedes ayudarlo tú?

CAP III. ¿Será una parábola?

Cuando Mac Fly, comprendió que la trayectoria no seguía una línea recta, pensó en otras posibilidades. Él no era una persona que se rindiera a la primera. Ni a la segunda tampoco. Sus profesores de matemáticas cuando estaba en el instituto decían en que la realidad era complicada, pero las matemáticas tienen modelos que ayudan a para resolver problemas de la realidad cotidiana.

Pensó en la parábola y la circunferencia. La parábola porque era una función polinómica de grado 2, y la recta era de grado 1 por lo que le pareció el siguiente escalón. Y la circunferencia por su simetría. De hecho la circunferencia y la elipse describen la trayectoria de los planetas

Pero tenía muy pocos puntos. Recordó aquella propiedad de la circunferencia, que se podía aplicar si tienes solo las coordenadas de tres puntos: el centro es el punto donde se cortan todas las mediatrices. Por eso fue uniendo cada uno de los puntos trazó la mediatriz de cada segmento. Si la trayectoria era circular todas las mediatrices obtenidas deberían cortarse en el mismo punto.

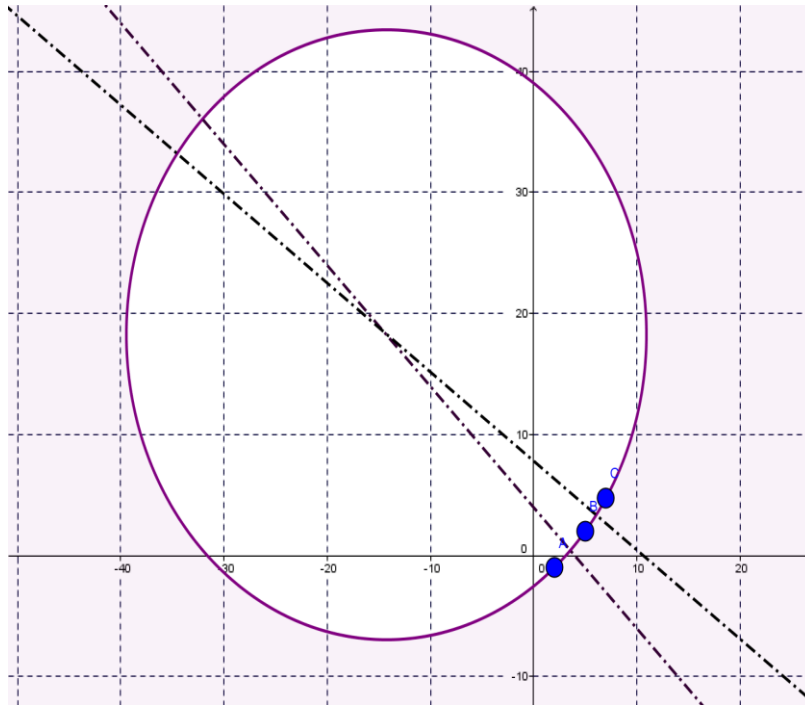


Figura 6. La circunferencia que pasaría por los tres puntos

Pero ¿y si fuera una parábola? Buscó en la biblioteca circunferencia, parábola y obtuvo que en el fondo son curvas relacionadas. Fue Apolonio de Pérgamo (262 a.C-190 a. C) quien dio el nombre de elipse, parábola e hipérbola, y demostró que pueden obtenerse todas cortando un cono, variando la inclinación del corte. Entonces Mac Fly recordó aquel trabajo sobre cónicas que hizo en el instituto. Hacías un cono de plastilina y le ibas haciendo cortes siguiendo las indicaciones del profesor. Dependía de cómo cortabas te salían secciones con forma de circunferencia, de elipse de parábola o de media hipérbola. Luego el profesor iba cambiando las figuras por ecuaciones. Le pareció entonces que mezclar ecuaciones con figuras era una idea genial.

CAP IV

Volvió a buscar los registros de los destellos. Con tres no podía hacer nada. Necesitaba al menos cinco, para estar seguro. Buscó en la parte negativa del eje x. Después de horas de búsqueda halló uno. Era una señal tan débil que pasaba desapercibida. El quinto podía ser más difícil de localizar.

Con 4 puntos...supuso que A era el vértice e hizo un dibujo

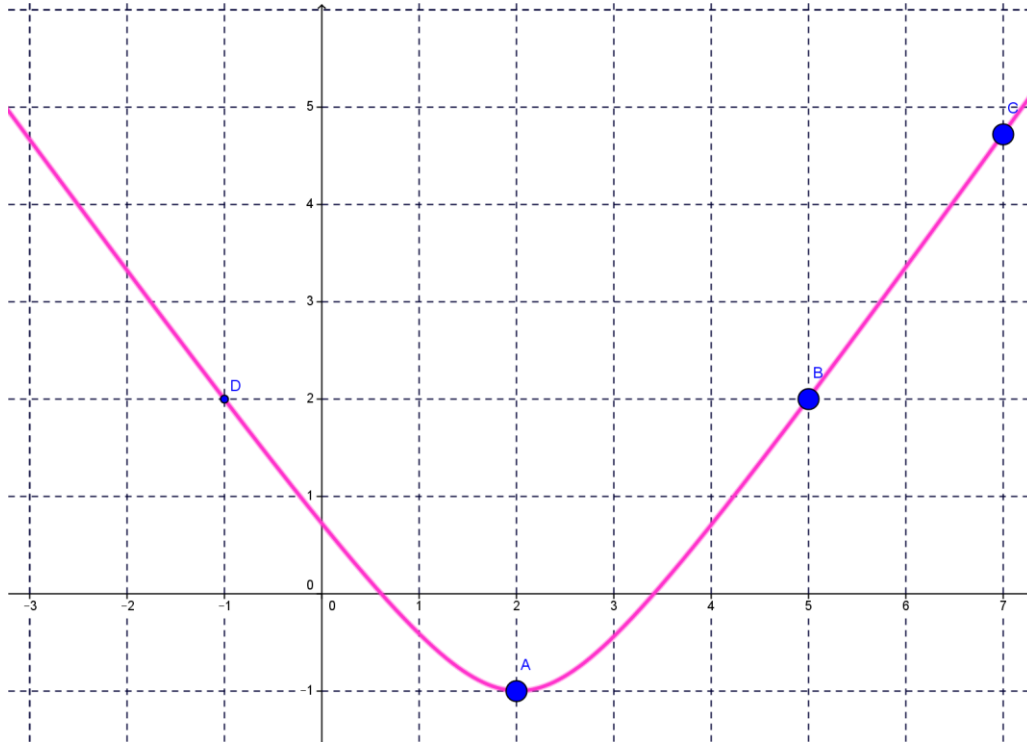
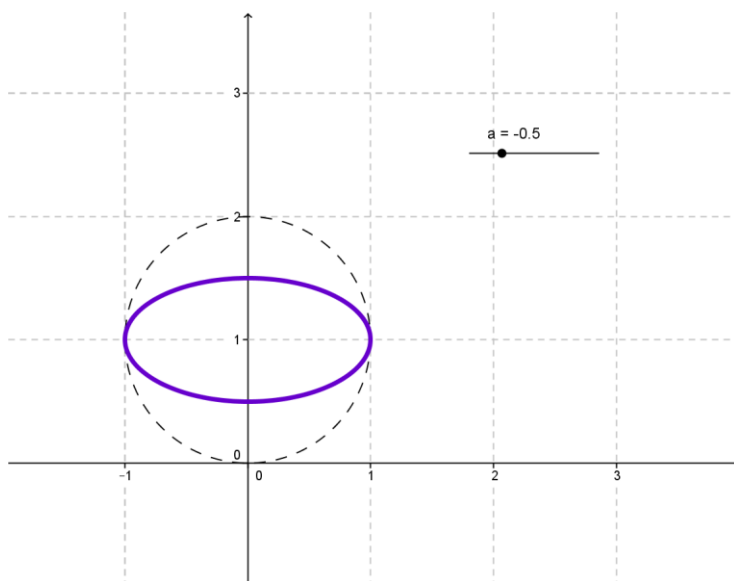


Figura 7. La parábola si tuviera el vértice en A

Los días siguientes rastreó los registros y por fin encontró el vértice que le faltaba. Como se temía no era así. Ni siquiera era una parábola. Debía ser una elipse y recordó lo que Apolonio ya conocía...

Entonces cayó en la cuenta de que en su papel bidimensional tenía la proyección de una trayectoria en el espacio. Tomó su anillo y sujetándolo entre sus dedos lo hizo girar. Entonces el anillo pasaba de ser visto como una circunferencia, a ser visto como una elipse o como un segmento, según el ángulo de rotación.



hipervínculo

Pulsar ctrl +clic para abrir el

Figura 8.

6. ACTIVIDADES DEL ALUMNO

FICHA1 DEL ALUMNO

Descartes fue un filósofo, matemático y físico francés. Se le considera el padre de la geometría analítica.




LA ANÉCDOTA: *Se cuenta que desde niño tenía mala salud y tenía que pasar muchas horas en cama que aprovechaba para pensar en filosofía, matemáticas, etc. Un día vio en el techo una mosca. Se preguntó si se podría determinar a cada instante la posición que tendría el insecto, por lo que pensó que si se conociese la distancia a dos superficies perpendiculares, en este caso la pared y el techo, se podría saber.*

En un trozo de papel dibujó las dos rectas perpendiculares y cualquier punto de la hoja quedaba determinado por su distancia a los dos ejes. A estas distancias las llamó coordenadas del punto: acababan de nacer las Coordenadas Cartesianas, y con ellas, la Geometría Analítica



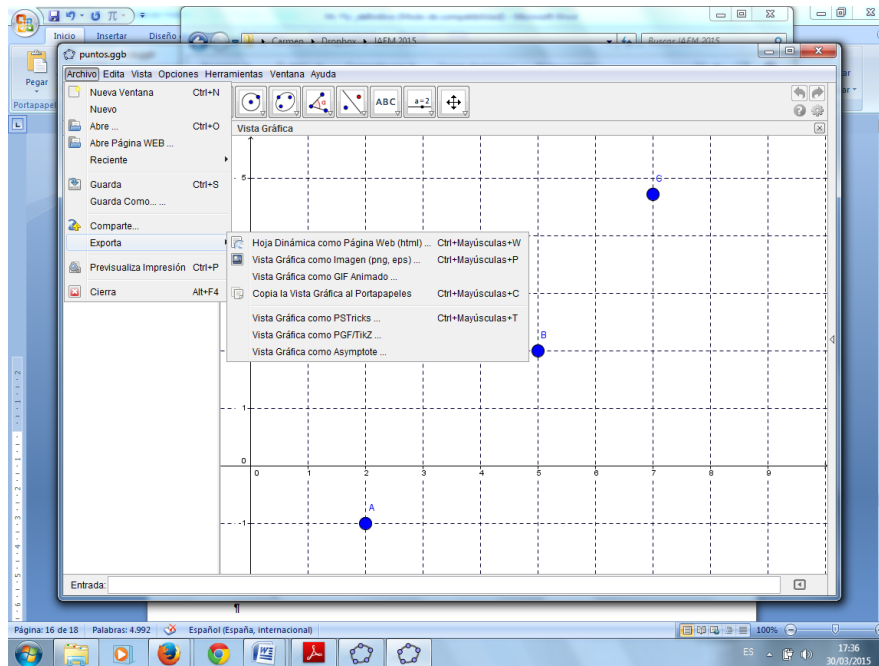
Figura 9. Caricatura de Descartes

Fuente: <http://blogs.20minutos.es/yaestaellistoquetodolosabe/descartes-la-mosca-y-las-coordenadas-cartesiana/>

1. Abre GeoGebra. Asegúrate de que son visibles los ejes coordenados  , que dividen la vista gráfica en cuatro partes llamadas cuadrantes y la cuadrícula  . Para situar puntos haz clic en la segunda herramienta por la izquierda  , en el desplegable elige “nuevo punto” y colocamos el cursor en el punto donde deseas. Observa que en la vista algebraica aparecen sus coordenadas.
Sitúa los puntos A (1,2), B (-4,5), C (-3,-3) D (3,-3), Como ves **cambia el signo** y cambia su ubicación en cada cuadrante. Sacar conclusiones.
Sitúa los puntos E (0, 6), F (0, -6). Sacar conclusiones.

Sitúa los puntos E (6,0), F (-6,0). Sacas conclusiones.

Cuando lo tengas todo pincha *Archivo- Exporta- Copia la vista gráfica en el portapapeles*



y lo pegas aquí, para completar el ejercicio

Puedes ver <https://www.youtube.com/watch?v=rfss0ROMJEU> y <https://www.youtube.com/watch?v=eQQ93HliyWM> para ayudarte

2. Puedes modificar puntos, situándote en la vista algebraica y cambiando sus coordenadas. Cambia el punto B. primero será B (4,-5), pero después será B (4, -6). Observa qué ha pasado y establece conclusiones

Guarda todo el trabajo usando en el menú *Archivo* el comando *Guardar como* con el nombre FICHA 1. Cuando lo tengas todo pincha *Archivo- Exporta- Copia la vista gráfica en el portapapeles* y lo pegas aquí, para completar este ejercicio.

FICHA 2 DEL ALUMNO

- 1) Mac Fly intenta dibujar una recta con los dos puntos. Haz tú lo mismo con los puntos A


(2,-1) y B (5,2). Haces clic en la tercera herramienta por la izquierda  y la despliegas, Pinchas en Recta que pasa por dos puntos,



Figura 10

Fuente: <http://www.mailxmail.com/video-geometria-geogebra>

y te sitúas en A (4,-1) y haces clic, y en B (5,2) y haces clic. Ahora observa la vista algebraica: tienes la ecuación de la recta de forma explícita y las coordenadas de los puntos A y B que fueron los puntos que elegimos para dibujar la recta. Escríbela la ecuación de la recta aquí Indica su pendiente y la ordenada del origen.

Sitúate con el botón derecho sobre la ecuación de la recta de la vista algebraica (o sobre la recta de la vista gráfica), y verás que aparecen otras opciones, entre otras, propiedades del objeto. Si elegimos esa opción se abre una ventana desde la que podemos cambiarlas (por ejemplo, cambiar el color, el grosor del trazo, renombrarla, mostrarla, etc.). Cambia el color a azul, el grosor del trazo a 5, y renómbrala para que se llame r.

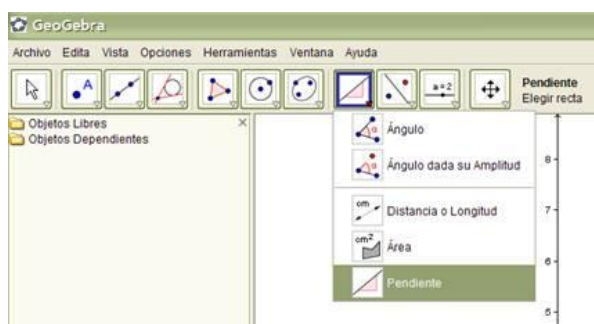




Figura11.

Fuente <http://www.educ.ar/sitios/educar/recursos/ver?id=15197>

Selecciona  Pendiente y pincha en la recta r. Esta herramienta mide la pendiente de la recta y la expone dinámicamente

Guarda todo el trabajo usando en el menú *Archivo* el comando *Guardar como* con el nombre FICHA 2. Cuando lo tengas todo pincha *Archivo- Exporta- Copia la vista gráfica* en el portapapeles y lo pegas aquí, para completar este ejercicio.

- 2) Mac Fly obtiene otro punto C pero solo puede anotar la abscisa $x=7$. Ayúdale a con lápiz y papel calcular la ordenada y. (Tienes que sustituir en la ecuación)

- 3) Pincha en . Sitúate en B y con el ratón pulsado baja hasta la (5,-2). La recta irá cambiando y su ecuación también ¿Qué observas en la pendiente?

Guarda todo el trabajo usando en el menú *Archivo* el comando *Guardar como* con el nombre FICHA 2. Cuando lo tengas todo pincha *Archivo- Exporta- Copia* la vista gráfica en el portapapeles y lo pegas aquí, para completar este ejercicio.


FICHA 3


Las funciones también se pueden introducir desde la barra de entrada.


1. Representa las gráficas de las funciones afines $y=2x$ $y=2x+1$ $y=2x-3$
Son rectas paralelas ¿Qué sucede con la pendiente? ¿Qué tienen en común? ¿En qué se diferencian?

Cuando lo tengas hecho pincha *Archivo- Exporta- Copia* la vista gráfica en el portapapeles y lo pegas aquí, para completar este ejercicio.

2. Representa la función $y=(x-1)/2$ y compárala con las anteriores, midiendo el ángulo

que forma esta con cada una. Te servirá la herramienta  *Ángulo*. Es importante el orden en el que se pinchan las dos rectas a las que se le mide el ángulo. Guarda todo el trabajo usando en el menú *Archivo* el comando *Guardar como* con el nombre FICHA 3A. Cuando lo tengas hecho pincha *Archivo- Exporta- Copia* la vista gráfica en el portapapeles y lo pegas aquí..

3. La herramienta  *Recta paralela* también representa paralelas a una dada, si le indicamos el punto. Usa esta herramienta para representar la gráfica de una función que sea paralela a $y=-2x+3$ y que pase por el punto P(1,7),

La herramienta  *Recta perpendicular* representa perpendiculares a una dada, si le indicamos el punto. Usa esta herramienta para añadir a lo anterior la gráfica de una función que sea perpendicular a $y=-2x+3$ y que pase también por el punto P(1,7).
Guárdalo usando en el menú *Archivo* el comando *Guardar como* con el nombre FICHA 3B. Cuando lo tengas todo pincha *Archivo- Exporta- Copia* la vista gráfica en el portapapeles y lo pegas aquí.

FICHA 4

La parábola es una función polinómica de segundo grado del tipo $y=ax^2+bx+c$. Al introducirla en la barra de entrada el cuadrado debe ser indicado por ^, el producto por *

Te será útil ver los cuatro primeros minutos de este vídeo

<https://www.youtube.com/watch?v=iMfjHqJg-s> . Después debes repetir tú todo el proceso observa cómo cambia la ecuación cuando subimos y bajamos la gráfica a lo largo del eje y, y cuando la movemos a derecha e izquierda a lo largo del eje x

1. Con $y=x^2$ y guárdalo como FICHA 4A

3. Con $y=-x^2$. Escribe qué pasa cuando la subes 4 unidades hacia arriba: su ecuación y los cortes con los ejes y guárdalo como FICHA 4B. Cuando lo tengas todo pincha Archivo- Exporta- Copia la vista gráfica en el portapapeles y lo pegas aquí, para completar este ejercicio.
4. Con $y=3x^2$ Escribe qué pasa cuando la bajas 3 unidades hacia abajo: su ecuación y los cortes con los ejes y guárdalo como FICHA 4C. Cuando lo tengas todo pincha Archivo- Exporta- Copia la vista gráfica en el portapapeles y lo pegas aquí, para completar este ejercicio.

7. BIBLIOGRAFÍA

El Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, publicado el Sábado 3 de enero de 2015