

La “Causalidad” y su relación con la correlación y asociación

Gustavo R. Cañadas, María M. Gea, J.M. Contreras y R. Roa
email: grcanadas@ugr.es; mmgea@ugr.es; jmcontreras@ugr.es;
rroa@ugr.es

Universidad de Granada – Granada

RESUMEN

En la actualidad es difícil encontrar un ámbito o campo de conocimiento en el que no se presente el estudio de relaciones causales. Este proceso puede considerarse en el aula desde un punto de vista intuitivo; sin embargo, existe un formalismo estadístico complejo para determinar estas relaciones. En este trabajo analizamos algunas definiciones de causa, y algunas teorías filosóficas sobre la causalidad, seguidamente describimos la causalidad y el condicionamiento. Con esto pretendemos clarificar las diferencias entre asociación y causalidad. Esperamos que esta información pueda servir al profesor para concienciarse de la complejidad de este elemento estadístico, que recibe poca atención en la enseñanza debido a su aparente sencillez.

Palabras clave: estadística, causalidad, correlación, asociación.

1. Introducción

Uno de los problemas que ocupa a las ciencias y otras áreas de la actividad humana (negocios, política, gestión,...) es la determinación de relaciones de causa y efecto. Por ejemplo, en la prensa encontramos frecuentes noticias sobre la influencia de hábitos como fumar o el sedentarismo en el desarrollo del cáncer y otras enfermedades. Otras veces se trata de supuestas relaciones que aparecen en nuestro día a día, como el caso de la temperatura que hace y la ropa que utilizamos o la previsión de coger el paraguas en un día nublado.

En las matemáticas deterministas y en los fenómenos que se modelizan con ellas es sencillo determinar "causas y efectos". Así, si lanzamos una piedra hacia arriba con una cierta velocidad, podemos calcular, con poco error, el tiempo que tarda en caer. O si dejamos abierto un grifo con un cierto caudal de agua, podemos calcular el volumen de agua vertido en un tiempo dado.

Estos cálculos no son tan precisos en el caso de las relaciones aleatorias. Por ejemplo, en el caso del cáncer hay personas muy longevas que son fumadores empedernidos, mientras que otras que nunca fumaron desarrollan la enfermedad. ¿Qué significa, pues, una relación de causa y efecto en situaciones inciertas? Uno de los instrumentos para buscar estas relaciones es el estudio de los problemas estadísticos de asociación, y en particular, los problemas de correlación, y regresión.

Podemos describir, de un modo informal, estos temas por medio de dos preguntas que suelen plantearse en cualquier estudio estadístico cuando se dispone de datos de dos variables estadísticas que denotamos con X e Y ([4]; [21]): La primera es si existe alguna relación entre estas dos variables y si es suficientemente intensa (problema de asociación, conocido como problema de correlación en caso de variables cuantitativas). La segunda es si existe la posibilidad de encontrar una expresión algebraica que permita calcular en forma exacta o aproximada los valores de una de las variables en función de la otra, con una finalidad predictiva (problema de regresión).

En este trabajo nos ocuparemos del primero de los dos problemas: el estudio de las relaciones entre variables y cómo se relaciona el problema con el estudio de las relaciones causa y efecto. Analizaremos para ello este problema y a continuación algunas teorías filosóficas de la causalidad, partiendo de trabajos previos ([30] y [17]). Igualmente analizamos la relación entre causalidad y probabilidad condicional.

La finalidad es ampliar la formación del profesorado, que no sólo debe adquirir el conocimiento común de un contenido matemático, sino desarrollar un conocimiento ampliado sobre el mismo, que le permita valorar las diferentes dimensiones que conforman un tema, en nuestro caso, la dimensión histórica o filosófica.

En lo que sigue, comenzamos exponiendo algunas definiciones de causa; seguidamente analizamos algunas teorías filosóficas sobre la causalidad, que han aparecido a lo largo de la Historia; en la siguiente sección veremos la relación causa y condicionamiento, donde encontramos casos en los que se confunden estos términos; posteriormente se presentará la causalidad desde el punto de vista estadístico; concluyendo con la diferencia entre asociación y causalidad.

2. Qué entendemos por causa

Una cuestión importante en cualquier campo de investigación es determinar hasta qué punto, cuando dos fenómenos ocurren conjuntamente, uno de ellos produce el otro (causalidad). Por ejemplo, en el campo de la medicina encontramos la siguiente cita sobre causalidad:

"El concepto de causalidad es parte de la vida común, pues el hombre desde siempre ha buscado el por qué de las cosas, como una forma de entenderse y adaptarse al mundo" ([1], p. 467).

Estos autores explican que la causalidad aparece como uno de los objetivos de la medicina, en cuanto a la identificación de los factores o agentes que causan las enfermedades, indicando la importancia de la causa para establecer tratamientos y aplicar medidas preventivas. Entre los tipos de causa diferencia dos tipos: causa única o múltiple, siendo habitual la causa única en

las enfermedades infecciosas, mientras que en las enfermedades crónico-degenerativas es más común la existencia de múltiples causas.

La relación causal ha sido definida en forma diversa. Por ejemplo, en [8] se define la causa como un evento o un estado de la naturaleza que inicia o permite otra secuencia de eventos que resultan en un efecto. En [11] se indica que la causa es lo que se considera como fundamento u origen de algo, su razón, motivo u origen, o el factor que es posible o conveniente alterar para producir, modificar o prevenir un efecto.

En [1] se identifican los siguientes elementos de la relación causal: un elemento inicial, un elemento final y la relación entre ambos. El elemento inicial varía según acciones intencionales, no intencionales, atributos o constructos. El elemento final es el cambio respecto a su situación previa, es decir, respecto a lo que hubiera ocurrido en ausencia de causa. La relación entre el elemento inicial (A) y el elemento final (B) es una función o condición, que puede ser de varios tipos:

- Necesaria y suficiente: si A, entonces B y si B, entonces A.
- Necesaria y no suficiente: si A, entonces B o no B y si B, entonces A.
- No necesaria y suficiente: si A, entonces B y si B, entonces A o no A.
- No necesaria y no suficiente: si A, entonces B o no B y si B, entonces A o no A.

3. Teorías filosóficas sobre causalidad

Como se ha indicado, la diferencia entre asociación y causalidad es un tema central para la filosofía. En lo que sigue realizamos una síntesis de las teorías más conocidas, que se encuentran resumidas en [12] y [17]. Al igual que dicho autor, no realizamos un estudio completo de las teorías causales, por no ser objetivo de la investigación. Tan solo presentamos una síntesis de las siguientes teorías filosóficas: la tradición positivista, la teoría esencialista, la teoría de John Stuart Mill, la teoría de Popper, la teoría de la causación activa y la perspectiva crítica-realista.

3.1. Primeros pasos

En [1] se menciona a Tales de Mileto como autor de una de las primeras teorías causales, en su interés por buscar las causas más profundas de la naturaleza. Tales dividió éstas causas en inmediatas y esenciales o últimas, refiriéndose al saber según fuera directo o indirecto. En otra investigación [30] se indica que la primera teoría sistemática sobre la causalidad es debida a Aristóteles, quien en su trabajo diferenció la existencia de cuatro tipos de causas diferentes, que son: la causa material (soporte material de un fenómeno o un objeto), la causa formal (cualidad de la cosa), la causa eficiente (el responsable del efecto) y la causa final (lugar o fin al que tiende la cosa). Estos diferentes tipos de causas fueron aceptadas por la comunidad científica hasta el tiempo de Galileo, momento en el cual este reduce estos cuatro tipos de causa a la causa eficiente, es decir, la que produce un efecto.

3.2. Teoría positivista

Para David Hume, la causalidad es la forma con la que se expresan las leyes científicas. Está basada en una generalización de un hecho observado en la experiencia y tiene capacidad predictiva para hechos futuros. Hume pensaba que las observaciones de los fenómenos naturales eran una base débil para las inferencias causales y que el descubrimiento de sus causas requería un proceso intelectual que trascendiese las impresiones de nuestros sentidos. La tradición positivista, representada por Hume, exige, para hablarse de causa, las siguientes propiedades: a) la contigüidad entre el efecto presumido y la causa, es decir, debemos percibir a la vez o en forma próxima la causa y el efecto; b) la precedencia temporal de la causa sobre el efecto (la causa antecede al efecto), y c) la causa ha de presentarse siempre que se dé el efecto ([32]).

En [30] encontramos los principios causales de la tradición positivista, que son los siguientes: determinismo causal (la relación es determinista), constancia (siempre aparecen causa y efecto unidos), condicionalidad (hay una relación condicional), asimetría (se diferencia causa y efecto)

y productividad (hay un cambio). En esta tradición aparece Russell, quien sugiere que en algunas ciencias, tales como astronomía o Física, en que se daban estos supuestos, podría prescindirse del concepto de causa, ya que se obtenían buenas predicciones a partir de relaciones funcionales, sin preguntarse a qué se deben.

Al estudiar los procedimientos de investigación de las ciencias sociales, trabajos como [12] indican que el concepto de causa es más importante en estos campos, en comparación con las ciencias físicas o naturales, donde es más sencillo aplicar los siguientes procedimientos:

- Aislamiento experimental, pues es posible aislar una posible causa de otras llevando a cabo ensayos en laboratorio con condiciones muy controladas. Sin embargo, en las ciencias sociales, al trabajar con seres humanos es difícil controlar todas las variables que puedan ocasionar un efecto.
- Usualmente las variables dependientes analizadas en las ciencias naturales no varían a lo largo del tiempo, si no se produce un tratamiento, o varían poco. Por ejemplo, el peso de un adulto o su nivel de colesterol no varían en un periodo de tiempo corto. Por el contrario, en las ciencias sociales variables como actitudes, sentimientos, etc., varían en el sujeto más rápidamente, lo que hace más difícil su medida o su control.
- En las ciencias naturales se dispone de teorías explícitas y precisas que especifican el tamaño esperado de los efectos, y se dispone de instrumentos de medición suficientemente precisos para medir el efecto esperado. Los instrumentos de medición son mucho más difíciles de construir en las ciencias sociales, pues se analizan constructos inobservables como emociones, sentimientos, conocimientos o conducta.

El positivismo está en conflicto con la idea dualista de evidencia y realidad, idea reflejada en trabajos de investigación ([9]). Además, aparece en el positivismo el dogma de emplear definiciones operativas para los términos teóricos, que llevó al uso repetido de instrumentos particulares de medida, concepción abandonada por inaceptable en las ciencias sociales, ya que las medidas implican muchas variables teóricas conocidas, desconocidas y muchas hipótesis no probadas ([17]).

Otro representante de esta escuela según [30] es Kant, para quien todo conocimiento comienza con la experiencia, siendo la causalidad un “a priori” necesario para el conocimiento racional, y señalando que todo cambio tiene que tener una causa.

3.3. Teoría esencialista

En esta escuela, el término causa se utiliza para analizar la relación entre variables que explican fenómenos en forma necesaria y suficiente. Por tanto, no se consideran variables que a veces producen el fenómeno pero no siempre ([12]). Además, en esta teoría no se requiere que la causa preceda al efecto, pero sí se requiere que las dos variables estén simultáneamente relacionadas, pues si no, podrían ocurrir sucesos intermedios que influyesen en el efecto.

En este sentido, en [34] se estudia cómo se podría especificar la longitud de tiempo entre el cambio de *A* y la respuesta de *B*. Pues se dan situaciones en que al ser la respuesta de *B* simultánea con *A*, podría ocurrir que una medida retardada de *B* pudiese fallar en detectar esta respuesta, o el caso de que una respuesta sea retardada, una medida prematura de *B* no la detectaría. En consecuencia, no se sabe si es o no necesario incluir el intervalo de tiempo fijo para establecer la relación causal.

En trabajos como [17] se pone de relieve que el uso de relaciones causales infalibles y necesarias, por parte de los esencialistas, lleva a la confusión a un sujeto, que pudiera interpretar una alta asociación o correlación con una causa y a la duda de por qué las condiciones necesarias y suficientes han de preceder al efecto. Las relaciones funcionales llevan a causación reversible y las causas bi-direccionales ocasionan problemas en los estudios correlacionales, pues no se distingue cual es la causa y cual el efecto. En los estudios experimentales, en ocasiones, no se controla una variable que afecta a la dependiente, o se puede manipular un constructo causal en un estudio y luego, manipular el efecto producido para ser introducido como causa en un segundo estudio.

3.4. Teoría de John Stuart Mill

En la teoría establecida por Mill se consideran otros factores de interés en el estudio de una relación causal. Como se indica en [32], Mill mantenía que la inferencia causal depende de tres factores:

- La causa ha de preceder al efecto.
- La causa y el efecto han de estar relacionados entre sí.
- Han de eliminarse otras explicaciones causa-efecto sobre el fenómeno.

Con estas ideas trabaja el método de concordancia, el método de diferencias y el método de variación concomitante. El método de concordancia consiste en comprobar que el efecto se presenta cuando está presente la causa; el método de diferencias indica que el efecto ha de estar ausente cuando está ausente la causa; el método de variación concomitante llega a la conclusión que cuando se observan causa y efecto, la inferencia causal tendrá mayor fuerza cuando se puedan descartar otras interpretaciones de la covariación entre las variables.

Mill constata que es importante comparar casos donde una explicación alternativa a la inferencia causal esté y no esté operando para comprobar si dicha explicación alternativa puede o no explicar la relación observada.

3.5. Teoría de Popper

Otro autor de gran influencia en el estudio de las relaciones causa y efecto y, en general, en estadística, ha sido Popper [29]. Este autor se preocupa por dar una solución al problema planteado por Hume sobre la validez de la inducción, es decir, por estudiar si un conocimiento establecido en forma inductiva tiene validez lógica o no. El problema de la inducción se presenta porque es difícil asegurar que una conclusión obtenida inductivamente, del análisis empírico de casos particulares, pueda justificarse lógicamente ([3]; [5]).

Popper trata de analizar si es posible dar una validez probabilística a dicho problema, es decir, si podríamos obtener la probabilidad de que una generalización sea válida. Muchos estadísticos estudiaron posteriormente este problema, sin lograr una solución satisfactoria.

Tanto Popper como Messick están de acuerdo en que las teorías científicas pueden usarse para generar predicciones respecto a los resultados de un experimento científico. Pero debido a la aleatoriedad de los fenómenos estudiados en la mayoría de las ciencias, los datos de estos experimentos nunca reproducirán exactamente una predicción. Ello produce, como consecuencia, fallos al tratar de confirmar o rechazar las teorías científicas; dichos fallos, matemáticamente, son considerados en los dos tipos de error considerados en un contraste estadístico de hipótesis ([3]).

Esta idea de obtener un conocimiento válido o una proposición científica a través de la generalización de observaciones particulares, con certeza absoluta o incluso en términos de probabilidad, no ha sido aceptada por algunos investigadores. Así, en [27] se concluye que Popper enfatiza la ambigüedad de la confirmación inductiva de una hipótesis, ya que la aceptación de una teoría es siempre provisional. Sólo demuestra que la teoría resulto contrastada, y que no ha podido ser rechazada. Sin embargo, sólo unos pocos casos que la contradigan pueden llevar a rechazarla. La asimetría entre el rechazo de una hipótesis y la confirmación inconclusa es la clave del énfasis de Popper en el concepto de "falsación" de la hipótesis.

En ese mismo sentido, otros filósofos como Kuhn o Feyerabend defienden que las observaciones están impregnadas de teoría bajo la que son recogidas y por tanto no pueden ser comparables entre sí. Aunque, por otro lado, Cook y Campbell mencionan el hecho de que algunos filósofos de la ciencia exageran el peso del contraste de hipótesis en el avance científico, pues en ciertos casos, la experimentación exploratoria no guiada por teorías formales ha sido el fruto de grandes descubrimientos científicos ([17]).

3.6. La teoría de la causación activa

Collingwood y Suppes consideran que causa implica manipulación, considerando que la manipulación de la causa conlleva al efecto. Pero la probabilidad de obtener el efecto disminuye cuanto más "social" sea el fenómeno y cuanto más tiempo pase entre causa y efecto ([12]). Collingwood distingue tres sentidos del término causa:

- El primer sentido es aquel donde la causa es un acto libre y deliberado de un ser consciente, y esto es lo que le motiva a actuar de una manera determinada.
- Un segundo sentido de causa es un suceso natural que produce o impide que ocurra algo.
- Como tercer sentido la causa explicaría un fenómeno de la forma más completa posible, de modo que llegásemos a la causa inevitable de un suceso único ([17]).

3.7. Teoría crítica-realista

Otras investigaciones asumen que la disposición humana para inferir relaciones causales es fruto de la evolución biológica de los procesos mentales-cerebrales ([17]). Ello ha ocasionado cambios psíquicos que nos llevan a una predisposición natural para percibir relaciones causales. La unidad es adaptiva, por el hecho de que en ocasiones detecta procesos causales ocurridos en el mundo real, pero sin ajustarse totalmente en su percepción a lo que ocurre en la realidad. De hecho, las creencias o teorías previas de los individuos sobre la relación entre las variables de estudio tienen gran influencia en sus juicios de covariación; fenómeno conocido como correlación ilusoria ([10]). Este sesgo ocasiona errores sistemáticos producidos por variables inherentes a los estímulos que el sujeto percibe, y que conllevan a juicios erróneos sobre causas y efectos, en presencia de correlación entre las variables:

“Correlación ilusoria es un error sistemático en el informe de tales relaciones. Es definida según el informe dado por un observador de una correlación entre dos clases de eventos que en realidad (a) no están correlacionados, o (b) están correlacionados en menor medida que lo manifestado, o (c) están correlacionados en sentido contrario del que se manifiesta en el informe”. ([10], p. 194).

En consecuencia, las percepciones causales pueden ser “subjetivas”, construidas o realizadas por la mente, con un contenido que puede ser objetivamente falso o cierto. Esta teoría es realista por asumir que la relación causal existe en el exterior de la mente humana. Además, es realista-crítica por asumir que no es percibida en su totalidad, por ser limitados nuestros sentidos. Iniciada desde tiempos de Kant, otros autores como Popper o Bunge han sido partidarios de la misma.

3.8. La ciencia actual

La mayoría de los filósofos reconocen que la noción de causalidad es indispensable para la ciencia [1]. Russell, por el contrario, la considera circular. Cuando una ciencia alcanza una cierta madurez, la noción de causa desaparece; el principio de causalidad es un concepto que pertenece a las distintas imágenes del mundo, y a la interpretación de las fórmulas científicas contemporáneas. En [1] se analizan varios modelos causales en el campo de la biología:

El Modelo de Koch-Henle ([19]) fue sugerido en el estudio de la tuberculosis y las enfermedades infecciosas y es el resultado de un conjunto de reglas de decisión, que son:

- El microorganismo (causa) debe encontrarse siempre en los casos de enfermedad (efecto);
- El microorganismo deberá poder ser aislado en cultivo, demostrando ser una estructura viva y distinta de otras que puedan encontrarse en otras enfermedades. Es decir, la causa ha de ser aislada de otras posibles;
- El microorganismo cultivado deberá ser capaz de producir la enfermedad en el animal de experimentación (la causa produce el efecto);
- Es preciso recuperar el microorganismo a partir del animal e identificarlo (se debe constatar la causa).

El modelo desarrollado en [8] resulta paradigmático en el estudio de las enfermedades no infecciosas, llegando a una relación causal no necesaria y no suficiente, donde aparecen los siguientes criterios:

- La fuerza de asociación, medida con los índices estadísticos apropiados.

- La congruencia entre distintos observadores, en diferentes lugares, tiempos y circunstancias.
- Especificidad de las causas: cada causa es diferente para cada efecto.
- Temporalidad (orden de presentación de causa y efecto).
- Plausibilidad de la explicación causal y coherencia con otros conocimientos.
- Evidencia experimental.
- Analogía con otras relaciones causales posibles.

El modelo desarrollado en [33] en el campo de la epidemiología muestra las relaciones multicausales, definiendo como causa a todo acontecimiento, condición o característica que juega un papel esencial en producir un efecto, caracterizándose principalmente por:

- Ninguna de las causas componentes es superflua.
- No exige especificidad, pues un mismo efecto puede ser producido por distintas causas suficientes.
- Una causa componente puede formar parte de más de una causa suficiente para el mismo efecto. Si una causa componente forma parte de todas las causas suficientes de un efecto se le denomina causa necesaria.
- Una misma causa componente puede formar parte de distintas causas suficientes de distintos efectos.
- Dos causas componentes de una causa suficiente se considera que tienen una interacción biológica, es decir, ninguna actúa por su cuenta. El grado de interacción puede depender de otras causas componentes.

Son numerosos los ejemplos de trabajos de otras especialidades donde se aborda el término causalidad y se ofrecen modelos de actuación. Algunos ejemplos en la física se proporcionan en la investigación [22], donde uno de los dos objetivos es mostrar cómo la interpretación de Born no supone abandonar una explicación causal de los fenómenos físicos. En [31], se observa el problema de la causalidad en las ciencias económicas. En la medicina, en [23] se estudian las diferentes teorías sobre el nexo: causalidad y actividad médica.

4. Condicionamiento y causalidad

Hemos visto la complejidad del concepto de causalidad y las muchas explicaciones teóricas del mismo. Pues bien, desde el punto de vista de la enseñanza y aprendizaje de este concepto, diversas investigaciones nos advierte de que los estudiantes, con frecuencia, suponen que si hay relación de asociación entre variables, existe una relación causal. A este respecto, en [15] se nos avisa que esta creencia es infundada. Para ello, se analizan las relaciones entre causalidad y condicionamiento (probabilidad condicionada). Las autoras hacen notar que construimos nuestro conocimiento sobre el mundo analizando las relaciones de causa y efecto entre diferentes sucesos. Por ejemplo, cuando hay nubes pensamos que va a llover y cuando no las vemos pensamos que no lloverá.

Desde el punto de vista de la probabilidad, si un suceso A (por ejemplo tirar una piedra desde una ventana) es la causa determinista de un suceso B (la piedra caerá), siempre que suceda A , sucederá B , por lo que $P(B|A)=1$ y habrá una relación condicional entre A y B . Pero también se puede establecer una condicionalidad en situaciones no causales. Por ejemplo, si tenemos una pulmonía grave, seguramente nos dará fiebre; pero si se tiene fiebre, puede deberse a otras enfermedades y no a la pulmonía. En consecuencia, causalidad, asociación y condicionamiento son conceptos relacionados pero no son equivalentes.

Esta diferencia entre condicionamiento y causalidad se ve bien en la paradoja descrita en [34] que indica que una asociación entre dos variables puede cambiar incluso de sentido o desaparecer cuando se relaciona con una tercera. A continuación mostramos un ejemplo (Problema 1) tomado de [13]:

Problema 1. Supongamos que se quiere realizar un estudio comparado de la efectividad de una cierta cirugía en dos hospitales A y B, para lo cuál se obtienen los datos presentados en la Tabla 1. Se pide analizar los datos y determinar cuál hospital da mayor tasa de supervivencia.

Tabla 1. Comparación de supervivencia a una cierta cirugía

	Hospital A	Hospital B
Mueren	63	16
Sobreviven	2037	784
Total de pacientes operados	2100	800

Según estos datos, aparentemente, en el hospital A, mueren más pacientes de los que se someten a la cirugía que en el hospital B (3%; 63/2100 frente al 2%, 16/800 en el B). Sin embargo, si analizamos estos datos teniendo en cuenta otras variables cambia la situación. En las Tablas 2 y 3 se presentan los datos de supervivencia para pacientes que inicialmente (al hacerse la operación) gozaban de buena salud en general o de salud delicada (tenían alguna otra dolencia). Para comprender la paradoja podemos analizar los datos de estas nuevas tablas y determinar cuál hospital da mayor tasa de supervivencia en cada tipo de enfermo.

Tabla 2. Supervivencia de pacientes con buena salud inicial

Pacientes con buena salud	Hospital A	Hospital B
Mueren	6	8
Sobreviven	594	592
Total de pacientes operados	600	600

Al tener en cuenta la tasa de mortalidad de personas, que tenían inicialmente buena salud (Tabla 2), podemos observar que, del total de los que se operaron en el hospital A, fallecieron un 1% (6/600) y de los que se operaron en el B un 1,3% (8/600). Por tanto, ya no se puede decir que en general sea mejor operarse en el hospital B, sino que en caso de que inicialmente se goce de buena salud será preferible ir al hospital A. Por otro lado, del total de enfermos con salud derivada de los que se operaron en el hospital A un 3,8% (57/1500) murieron y en el hospital B el 4% (8/200). Tampoco para ellos es aconsejable ir al hospital B.

Tabla 3. Supervivencia de pacientes con salud inicial delicada

Pacientes con salud delicada	Hospital A	Hospital B
Mueren	57	8
Sobreviven	1443	192
Total de pacientes operados	1500	200

La situación es paradójica; si el médico no conoce cuál es la salud del enfermo, le debe dirigir al hospital A, mientras que si la conoce (sea cual sea) ha de aconsejarle el hospital B. Esta paradoja se produce porque al sumar todos los datos, no tenemos en cuenta que la mayoría de pacientes tenían una salud delicada y nos muestra qué engañosa puede ser la correlación para detectar situaciones causales, si no se controlan bien otras variables.

5. Causalidad desde el punto de vista estadístico

El concepto de causalidad no sólo se ha estudiado dentro de la filosofía, también en estadística se ha tenido en cuenta; especialmente ligada a algunos métodos estadísticos particulares, utilizados para analizar globalmente muchas variables estadísticas simultáneamente. Uno de estos métodos es el conocido como modelo causal-estructural, que consiste en trabajar con un gran conjunto de datos y variables, para determinar una red de ecuaciones de regresión que tratan de modelizar las relaciones causales entre las variables analizadas ([7]).

Supongamos tenemos una serie de variables que queremos relacionar, en [7] se considera una variable dependiente y_1 , aislada de toda posible influencia, salvo de la de otra variable independiente x_1 . Indica que x_1 es causa débil de y_1 , si un cambio en x_1 aumenta la probabilidad de cambio en y_1 .

En [4] se analizan los componentes de esta definición: por un lado, una primera hipótesis para admitir una relación causal en estadística es el aislamiento de las dos variables estudiadas, respecto a otras causas posibles. Si no es posible llevar a cabo un control estadístico exhaustivo de todas otras posibles influencias, entonces hay que trabajar con muestras aleatorias, pues la aleatoriedad hace que las posibles variables intervinientes se repartan en la muestra. Por otro lado, es necesario que aparezca una asociación o correlación de suficiente magnitud entre las variables. Además, se debe percibir dirección de la influencia (se sabe cuál variable es la causa y cuál el efecto). Otras características de esta definición son:

- Se trata de una tendencia y no un fenómeno determinista, pues puede haber excepciones. Por ejemplo, si se tiene menor número de alumnos en el aula, generalmente (pero no siempre) se consigue mejor puntuación en la calificación final de la asignatura. Pero puede ocurrir que un grupo de alumnos grande esté muy motivado o esté formado por alumnos brillantes y de todos modos se obtenga una buena puntuación.
- Se dice " x_1 es una causa de y_1 ", ya que pueden presentarse más causas para y_1 . En el ejemplo anterior, además del número de alumnos, el resultado de la asignatura dependerá de la suerte con las preguntas del examen, de las horas que los alumnos dediquen en su casa al estudio de la asignatura, etc.

6. Asociación y causalidad

Algunos de los filósofos que describimos anteriormente, no solo han estudiado teóricamente las diferencias entre asociación y causalidad, sino que han propuesto modos de medir la asociación entre las variables, relacionando las medidas de asociación con la relación causal. En [16] se analizan las siguientes:

Medida de asociación 1. Dos variables A y B tienen asociación positiva si y solamente si la probabilidad de que ocurran simultáneamente A y B es mayor que el producto de las probabilidades de A y B :

$$P(A \cap B) - P(A)P(B) > 0$$

Los autores definen en forma parecida la asociación negativa y nula. Esta medida de asociación está relacionada con la diferencia entre frecuencias observadas y esperadas en una tabla de contingencia 2×2 (dos filas y dos columnas). Si la diferencia es positiva, daría lugar a una correlación positiva, si es negativa a una negativa y si es nula a la independencia. La relación causal en este caso sería equivalente a la dependencia estadística.

Medida de asociación 2. Dos variables están asociadas positivamente si y solamente si la probabilidad de B condicionada a A menos la probabilidad de B es mayor que cero. Esto es, A y B están correlacionadas positivamente si y solamente si :

$$P(B|A) - P(B) > 0$$

Del mismo modo definen el caso de asociación negativa y nula. En [17] se indica que esta definición compara la probabilidad condicional del suceso con la probabilidad simple. Sólo si

son iguales las variables serían independientes. Visto de otro modo, una relación causal implicaría una diferencia entre probabilidad simple del efecto y probabilidad condicionada del efecto, dada la causa.

Medida de asociación 3. Dos variables están asociadas positivamente si y solamente si la probabilidad de B condicionada a A menos la probabilidad de B condicionado a no A es mayor que cero. Esto es, A y B están correlacionadas positivamente si y solamente si:

$$P(B|A) - P(B|\bar{A}) > 0$$

Del mismo modo definen el caso de asociación negativa y nula. En [17] se indica que esta definición es equivalente a comparar la probabilidad condicional del suceso B condicionado con A con la probabilidad de B condicionado al contrario de A . Por tanto, la relación causal implicaría una mayor probabilidad del efecto cuando la causa está presente que cuando la causa está ausente.

Medida de asociación 4. Dos variables están asociadas positivamente si y solamente si el coeficiente Phi de Pearson es positivo; A y B están asociadas negativamente si y solamente si el coeficiente Phi es negativo; y A y B no están asociadas si y solamente si el coeficiente Phi es cero. En este caso se identifica la relación causal con la existencia de un coeficiente diferente de cero.

$$\phi_{AB} = \frac{P(A \cap B) \cdot P(\bar{A} \cap \bar{B}) - [P(A \cap \bar{B}) \cdot P(\bar{A} \cap B)]}{[P(A) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(B) \cdot P(\bar{B})]^{1/2}}$$

Al desarrollar las formulas correspondientes a estas cuatro medidas, el denominador no varía, por lo que cualitativamente (en relación al signo) son equivalentes ([17]). Desde un punto de vista cuantitativo (por ejemplo, al estimar la intensidad de la relación) las medidas son iguales solo en caso de independencia de las variables pero en caso contrario pueden tomar diferente valor. No obstante, hacemos la observación que en estas propuestas se está identificando correlación/asociación con causalidad; pero como hemos visto al analizar la paradoja de Simpson ([36]), estos conceptos no son equivalentes. La existencia de una de estas medidas de asociación no nulas será un requisito (pero nunca suficiente) para identificar una relación causal entre las variables.

7. Conclusiones

Incluso en un resumen tan breve como el que presentamos en este trabajo, es visible la gran complejidad del concepto de causalidad. Este concepto se introduce en la enseñanza, en España, con el estudio de experiencias compuestas y el uso de tablas de contingencia, en cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria ([25], p.758 y p.759). En primer curso de Bachillerato, en las dos modalidades en que se enseña matemáticas (Ciencia y Tecnología y Humanidades y Ciencias Sociales) es cuando se trabaja el estudio de la relación entre dos variables estadísticas cuantitativas (análisis de correlación) y el estudio de la modelización de dicha relación (análisis de regresión) ([26], p.45475). Esta enseñanza se completa en las titulaciones universitarias, profundizando en la técnica o en la práctica según se trate de una titulación en Ciencias o Humanidades y Ciencias Sociales.

El profesorado, a la hora de planificar su enseñanza, puede presentar dificultades ligadas al propio contenido o al modo de enseñarlo, además del inconveniente del poco tiempo que se dispone para su enseñanza. Este trabajo pretende favorecer este proceso, aportando conocimiento al profesor, para que considere la importancia de comenzar la enseñanza de la asociación de modo intuitivo, aportando situaciones que enriquezcan este concepto y evidencien la complejidad del mismo, como por ejemplo, la paradoja descrita en cuanto a la causalidad y el condicionamiento. Las definiciones que se aportan y las teorías filosóficas sobre la causalidad ayudarán al profesorado a clarificar las diferencias entre asociación y causalidad.

Las relaciones de causalidad requieren más atención en Didáctica de la matemática, ya que han sido pocas investigaciones las realizadas específicamente sobre este tópico; así, por

ejemplo, en Medicina o Psicología la investigación sobre cómo el ser humano razona en ambiente de incertidumbre se encuentra mucho más desarrollada, por la necesidad que tienen de su uso ([14]; [2]; [8]; [24]).

Para explicar nuestros fallos en la percepción de la causalidad, se considera que el esquema causal predominante heredado es insuficiente para diferenciar estas relaciones ([28]). Para concluir que dos o más factores tienen relación causa-efecto es necesario demostrar que la asociación entre estos es válida, es decir, hay un efecto mínimo del azar y del sesgo, lo que está relacionado con el rigor metodológico del estudio. A pesar de un buen control interno, los resultados pueden no ser extrapolados o generalizados externamente. Esto ocurre cuando los grupos investigados no son representativos.

Para comprobar que la asociación es causal se deben considerar los siguientes aspectos ([1]): fuerza de asociación, congruencia (si la asociación ha sido reproducida por investigadores diferentes), relación temporal, gradiente dosis-respuesta (a más magnitud más intensidad del efecto), credibilidad (concordancia de la asociación con el conocimiento que se tiene en la actualidad), especificidad (genera un solo efecto).

Finalmente señalamos que diversas investigaciones presentan tareas que favorecen la adquisición significativa de este concepto, como por ejemplo en [20]. Otros trabajos favorecen la adquisición del sentido de la correlación y regresión [21], y en otros podemos encontrar resultados de investigaciones en las que se evidencia, entre otros, la existencia de teorías o creencias previas que influyen directamente en la emisión de juicios de asociación; la existencia de concepciones erróneas; el estudio de estrategias utilizadas en la realización de un juicio de asociación; la dificultad de distinguir distribuciones bidimensionales; etc. ([17]; [18]; [6]; [35]).

Esperamos que esta información pueda servir al profesor para concienciarse de la complejidad de este concepto estadístico, que recibe poca atención en la enseñanza debido a su aparente sencillez.

Agradecimientos Proyecto EDU2013-41141-P (MEC) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias

- [1] Álvarez, H. y Pérez, E. (2004): "Causalidad en medicina. Historia y filosofía de la medicina". *Gaceta Médica de México*, 140(4), 467-472.
- [2] Alloy, L.B. y Tabachnik, N. (1984). *Assessment of Covariation by Humans and Animals: The Joint Influence of Prior Expectations and Current Situational Information*. *Psychological Review*. Vol 91 (1), pp. 112-149.
- [3] Batanero, C. (2000): "Controversies around significance tests". *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 75-98.
- [4] Batanero, C. (2001): "Didáctica de la estadística". Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- [5] Batanero, C. y Díaz, C. (2006): "Methodological and Didactical Controversies around Statistical Inference". *Actes des 38-ièmes Journées de Statistique*. CD ROM.
- [6] Batanero, C., Estepa, A., Godino, J.D. y Green, D. R. (1996). *Intuitive strategies and preconceptions about association in contingency tables*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 151-169.
- [7] Bollen, K. A. (1989): "Structural equations with latent variables". Nueva york: Wiley.
- [8] Bradford-Hill A. (1992): "Ambiente y enfermedad: ¿asociación o causación?". *Boletín de la oficina sanitaria panamericana*, 113, 233-242.
- [9] Carmines, E. G. y Zeller, R. A. (1979): "Reliability and validity assessment". London: Sage University Paper.
- [10] Chapman, L. J. y Chapman, J. P. (1967): "Genesis of popular but erroneous sychodiagnostic observations". *Journal of Abnormal Psychology*, 72, 193-204.

- [11] Clark, P. (1994): "¿Cómo se establece la causalidad en medicina?" En H. M. Ramiro y O. Saita-Kamino (Eds.), *Temas de medicina interna. Epidemiología clínica* (pp. 265-73). México: Interamericana-McGraw-Hill.
- [12] Cook, T. D. y Campbell, D. T. (1979): "Quasi-experimentation. Design and analysis issues for field setting". Chicago: Rand Mc. Nelly Publishing Company.
- [13] Contreras, J.M., Batanero, C., Cañadas, G. y Gea, M.M. (2012): "La paradoja de Simpson". *SUMA*, 71, 27-34.
- [14] Crocker, J. (1981). Judgment of Covariation by Social Perceivers. *Psychological Bulletin*. Vol. 90, No. 2, 272-292.
- [15] Díaz, C. y de la Fuente, E. I. (2005): "Razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza de la estadística". *Epsilon*, 59, 245-260.
- [16] Ellet, F. S. y Erickson, D. P. (1986): "Correlation, partial correlation and causation". *Synthese*, 67, 157-173.
- [17] Estepa, A. (1994): "Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores". Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- [18] Estepa, A. (2007). Caracterización del significado de la correlación y regresión en estudiantes de Educación Secundaria. "Zetetiké" Vol. 15, Nº 28, pp. 119-151. ISSN 0104-4877.
- [19] Fletcher, R. H., Fletcher, S. W. y Wagner, E. H. (1998): "Epidemiología clínica. Aspectos fundamentales". 2ª ed. México: Masson Williams.
- [20] Gea, M. M., Arteaga, P., Cañadas, G. R. y Contreras, J. M. (2012): "Comprendiendo la correlación a partir de sus representaciones". XIV Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. *Diversidad y Matemáticas*, 277-282.
- [21] Gea, M., Batanero, C. y Roa, R. (2014): "El sentido de la correlación y regresión". *Números* 87, 25-35.
- [22] González, M. P. (2005): "Probability and causality in the philosophy of Max Born". *LOGOS. Anales del Seminario de Metafísica*, 38, 241-269.
- [23] Laborda, E. (2007): "Estudio del nexo de causalidad". *Cuadernos de Valoración*, 6, 37-47
- [24] McKenzie, C. R. M., y Mikkelsen, L. A. (2007). A Bayesian view of covariation assessment. *Cognitive Psychology*. Vol. 54 (1), p. 33-61.
- [25] MEC (2007a). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: Autor.
- [26] MEC (2007b). *Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas*. Madrid: Autor.
- [27] Messick, S. (1992): "Validity". En R. L. Linn (Ed.), *Educational measurement* (pp. 13-104). Londres: MacMillan.
- [28] Moreno, R. (1998): "Causalidad en el modelo de campo: aportaciones metodológicas". *Acta Comportamentalia: Revista Latina de Análisis del Comportamiento*, 6, 59-71.
- [29] Popper, K. (1962): "La lógica de la investigación científica". Madrid: Tecnos.
- [30] Pozo, J. I. (1987): "Aprendizaje de la ciencia y pensamiento causal". Madrid: Síntesis.
- [31] Retolaza, J. L. (2007): "El problema de causalidad en las ciencias económicas". *Cuadernos de Gestión*, 7(2), 39-53.
- [32] Rivadulla, A. (1991): "Probabilidad e inferencia científica". Barcelona: Anthropos.
- [33] Rothman K. J. (1995): "Causes 1976". *American Journal Epidemiology*; 141, 90-5.
- [34] Russell, B. (1973): "Acerca de la noción de causa". En B. Rusell. *Obras completas*. (p. 1015-1029). Madrid: Aguilar.
- [35] Sánchez, F.T., Estepa, A. y Batanero, C. (2000). Un estudio experimental de la estimación

de la correlación a partir de diferentes representaciones. Enseñanza de las Ciencias.Vol. 18 (2), 297-310.

[36] Simpson, E. H. (1951): "The interpretation of interaction in contingency tables". Journal of the Royal Statistical Society (Series B), 13, 238–241. ISSN: 00359246.