

## ¿Usamos el móvil en clase de matemáticas?

Dr. Juan Manuel Reverte Lorenzo

email: [jmreverte@cesag.org](mailto:jmreverte@cesag.org)

CESAG (Centro de Enseñanza Superior Alberta Giménez), Palma de Mallorca – Islas Baleares

### RESUMEN

La tecnología móvil hace tiempo que se encuentra en nuestros bolsillos, sin embargo, su uso se suele restringir a ambientes lúdicos más que educativos. Sin embargo, en los últimos años van apareciendo nuevas iniciativas que fomentan el uso de esta tecnología por su versatilidad, disponibilidad y los efectos que tienen en la motivación de los estudiantes. En este artículo se presentan y se analizan cuatro aplicaciones móviles para facilitar la realización de tareas procedimentales en la materia de matemáticas y potenciar la competencia de autonomía e iniciativa personal.

*Palabras clave: Matemáticas, TIC, ESO, errores, emociones, m-learning.*

# 1. Introducción

En la actualidad estamos viviendo una evolución tecnológica sin precedentes, tanto a nivel tecnológico, donde encontramos un aumento en la movilidad de los dispositivos (aparición de los smartphones y de las tabletas) como a nivel de software, con una gran cantidad de servicios online (gratuitos y de pago) y aplicaciones para los distintos dispositivos que nos permiten realizar una gran diversidad de acciones para ocio, entretenimiento, trabajo, educación... Podríamos decir que tenemos ordenadores en nuestros bolsillos.

Esta realidad no es ajena al mundo educativo. Ya en 2009, se inició el plan escuela 2.0<sup>1</sup> con la finalidad de transformar las aulas de los centros educativos dotándolos de recursos TIC, garantizando la conectividad a Internet, promoviendo la formación del profesorado, generando y facilitando el acceso a materiales digitales educativos e implicando a los alumnos y a las familias en la adquisición, custodia y uso de estos recursos. De estos cambios físicos se han beneficiado distintas metodologías como el e-learning, el m-learning, el blended-learning, la flipped classroom..., metodologías que explotan el uso de esta tecnología favoreciendo el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Este desarrollo tecnológico y su uso por parte del sector educativo no ha pasado desapercibido para las grandes empresas tecnológicas (microsoft, google, apple...) ni para las pequeñas empresas de creación de contenidos que ofrecen un elevado número de aplicaciones para los principales sistemas operativos (tanto para dispositivos móviles como para ordenadores de sobremesa y portátiles) y/o aplicaciones web 2.0 para utilizarlas en la nube, aumentando así la cantidad de recursos disponibles tanto para los docentes como para los estudiantes. Asimismo, también encontramos un elevado número de recursos creados por docentes u otros profesionales de la educación que comparten sus materiales, sus experiencias y sus ideas a través de blogs, redes sociales... de forma gratuita. Todas estas acciones se traducen en un número inabarcable de recursos disponibles para ser utilizados por parte de los docentes.

La aparición de los smartphones (que podríamos situar en torno al año 2007), pero sobre todo de las tabletas (podríamos señalar como fecha clave el año 2010 con la presentación del primer ipad y la aparición de un dispositivo inexistente hasta el momento, la tableta electrónica) han provocado una aceleración en la introducción y las posibilidades en el uso de la tecnología. Estos dispositivos permiten acceder a la información desde cualquier lugar en el que se disponga de una conexión a internet (wifi, 3g...) hecho que rompe todas las barreras físicas y temporales, permitiendo el aprendizaje en cualquier lugar y en cualquier momento, y desarrollando una rama de conocimiento que se conoce como mobile learning (m-learning). Por esta razón, se trata de un elemento clave, no solo por las posibilidades de acceso a la información que ofrece, sino por la gran cantidad de software (apps) del que se dispone y que permite potenciar de forma significativa la educación a través de un uso pedagógico.

A pesar de este incremento en la presencia de las TIC en la educación, no debemos caer en la simplicidad de pensar que con llevar un ordenador o una tableta ya estamos utilizando las TIC y los alumnos mejorarán su rendimiento de forma casi mágica; de nada sirve explicar algo proyectando el libro de texto en una pizarra digital. La tecnología debe entenderse como un recurso y como tal, no garantiza un mejor aprendizaje sino que debe ir acompañado de una pedagogía adecuada que permita obtener el máximo rendimiento con los recursos utilizados.

Tanto la motivación como las emociones son dos factores a tener muy en cuenta en el proceso de enseñanza de una materia: de hecho, hoy en día no se discute la relación entre las emociones y el aprendizaje de las matemáticas [1], pudiendo considerarse causa y efecto del aprendizaje [2], motivo por el cual es importante considerarlas y potenciarlas en el ambiente educativo.

Otro punto que interesa remarcar en este artículo es la consideración y el trabajo con los "errores" en matemáticas; es habitual que los alumnos se equivoquen en la realización de actividades procedimentales, que se podrían enmarcar dentro de la categoría de actividades de primer nivel (siguiendo los criterios PISA<sup>2</sup>), siendo este tipo de actividades aquellas donde la

---

<sup>1</sup> <http://www.ite.educacion.es/escuela-20>

<sup>2</sup> Se puede consultar en: <http://www.oecd.org/dataoecd/11/40/44455820.pdf>

exigencia de las tareas plantea la reproducción y realización de procedimientos rutinarios. Estos errores, en muchas ocasiones, son la expresión de ideas erróneas o conceptos mal aprendidos por parte de los alumnos y en cierto modo permiten al docente y al alumno conocer el concepto mal aprendido o el uso de estrategias no válidas.

En el presente artículo se analizan cuatro recursos para el aprendizaje de contenidos procedimentales que permiten la realización de cálculos matemáticos de distintos contenidos del currículum y la visualización del desarrollo del algoritmo permitiendo al usuario conocer las operaciones realizadas, compararlas con sus operaciones y disponer de un feedback que le permita conocer qué conceptos no tiene claros.

## 2. TIC y aprendizaje móvil

Los jóvenes adolescentes que se encuentran en las aulas pertenecen a una nueva generación que podríamos nombrar de varias maneras: generación net [3] [4], generación milenio [5], generación TIC, nativos digitales..., pero independientemente del nombre que se utilice, refleja una nueva realidad: la de unos jóvenes que han nacido con una tecnología que no consideran novedosa por coexistir con ella y la exigen en todos sus ámbitos, incluido el educativo. Los estudiantes están “online” a través de las redes sociales (facebook, twitter, instagram...) y de ciertas aplicaciones para smartphones (whatsapp, line, snapchat...); viven conectados entre sí y con el mundo. Este hecho nos obliga, como docentes, a evolucionar y proporcionar nuevas estrategias y nuevos métodos partiendo de sus intereses para motivar a un alumnado en muchas ocasiones desganado y desinteresado con los métodos de enseñanza tradicionales. No obstante y siguiendo la línea del informe horizon 2014 [6], el hecho de haber nacido con la tecnología no implica una competencia digital elevada sino más bien una familiaridad. Los jóvenes no saben trabajar con tecnología, no saben filtrar y seleccionar la elevada cantidad de información de la que disponen: necesitan formación y orientación sobre cómo trabajar con el ordenador.

La evolución de Internet hacia lo que se conoce como Web 2.0 [7] ha supuesto para los docentes un incremento en la oferta de recursos que permiten la participación social. Encontramos desde herramientas de comunicación síncronas y asíncronas, hasta herramientas para el aprendizaje formal, pasando por simuladores, generadores de actividades, entornos de aprendizaje colaborativo, redes sociales educativas, blogs, wikis... Se podría afirmar que la decisión no es tanto si usar tecnología o no, sino qué tecnología usar, cuándo y cómo [8].

Sin embargo, el uso de la tecnología también plantea algunas dificultades; Ferreiro y de Napoli [9] plantean el modelo AEI como las siglas que representan las principales. Estas son:

- a) El Acceso: tener disponible la tecnología necesaria.
- b) El Empleo de los recursos y la disposición para su uso correcto.
- c) La Integración de las tecnologías en el desarrollo del currículum. Esta implementación no debe contemplar únicamente el desarrollo de las habilidades cognitivas, sino que debe incluir las socioafectivas, los valores y las actitudes [10][11].

No se puede reducir el problema educativo tan solo a “tener o no tener” tecnología; el uso de la tecnología no es una “moda”[9]. Lo que se impone es hacer un buen uso de ella, es decir, un empleo acorde con la naturaleza y finalidad del proceso al cual se aplica y debe “ajustarse” . De esta manera, la tecnología será capaz de dar los resultados que posibilitan sus extraordinarias potencialidades y que se justifique la inversión que se realiza.

Algunos autores ya hablaban sobre una sobrevaloración y sobreestimación del papel de los medios en la educación [12][13][14], hecho que se ha visto acrecentado en la actualidad ya que en muchas ocasiones el centro es la tecnología utilizada y no la pedagogía[15][16][17]. En ocasiones podemos ser tentados a pensar que el mero uso de la tecnología provocará el aprendizaje del alumno sin preocuparnos en el recurso, en cómo aplicarlo. Sin embargo, varios estudios hacen hincapié en que el aprendizaje nunca está en función del medio ya que lo importante son las cuestiones de procedimiento, los aspectos metodológicos y las estrategias empleadas. En esta línea, Gómez [18] afirma que “no se puede pretender que por el hecho de introducir TIC, especialmente Internet, en los distintos contextos educativos alcancemos

determinados objetivos didácticos”.

Por este motivo, antes de introducir TIC se debe realizar una reflexión sobre los objetivos que se pretenden alcanzar y analizar el recurso desde tres aspectos diferentes: el tecnológico, el pedagógico y el de los contenidos. El modelo llamado TPACK [19] es un ejemplo de las relaciones que se establecen entre estos tres aspectos y que se muestran de forma esquemática en la imagen 1:

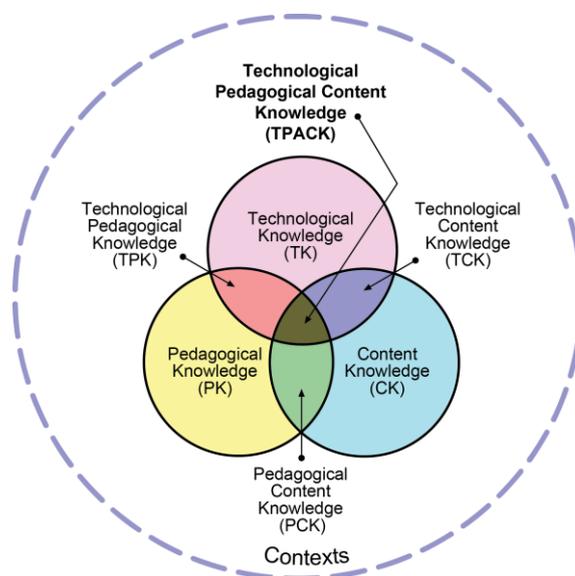


Imagen 1: Modelo TPACK, reproducida con permiso del editor © 2012 por tpack.org Fuente: <http://www.tpack.org/>

El éxito en el uso de la tecnología vendrá determinado en buena parte por un análisis adecuado de las tres vertientes (tecnológica, pedagógica y de contenidos) y su adecuada implementación en nuestro contexto. La tecnología por sí misma no nos aportará aprendizaje: deberá ir apoyada en metodologías apropiadas al contexto y trabajar los contenidos que se desean.

La tecnología nos permite realizar una enseñanza personalizada, adaptable al ritmo de aprendizaje de cada uno de los estudiantes, y acceder a los distintos niveles presentes en el aula.

## 2.1 El aprendizaje móvil

La UNESCO define el m-learning (aprendizaje móvil) como “el aprendizaje que ocurre dentro o fuera de una clase o lugar de enseñanza formal, no está fijado por un tiempo o lugar concreto, y se apoya en el uso de un dispositivo móvil” [20].

Esta nueva estrategia de aprendizaje se basa en las posibilidades de los dispositivos móviles y viene para romper las barreras tradicionales existentes en los ambientes formales de enseñanza. El conocimiento se encuentra disponible en Internet y solo se precisa de un dispositivo para poder acceder a él y la competencia suficiente para poder filtrar y seleccionar aquellos materiales que sean útiles para cada alumno.

Las características tecnológicas asociadas al aprendizaje móvil son [21][22]:

- Portabilidad, debido al pequeño tamaño de los dispositivos.
- Inmediatez y conectividad mediante redes inalámbricas.
- Ubicuidad, ya que se libera el aprendizaje de barreras espaciales o temporales.
- Adaptabilidad de servicios, aplicaciones e interfaces a las necesidades del usuario. También existe la posibilidad de incluir accesorios como teclados y lápices para facilitar su

USO.

La relación entre el contexto de aprendizaje y el contexto del usuario es única en la enseñanza móvil y puede ocurrir independientemente en contextos formales, informales o contextos socializados.

El aprendizaje móvil permite, tanto a los profesores como a los estudiantes, el acceso constante a la información sin ninguna limitación espacial, características que ofrecen oportunidades para el aprendizaje informal más allá del aula [22].

La información aparecida en el informe “Horizon 2014” [6] que hace referencia al aprendizaje móvil lo sitúa como una tecnología cuyo tiempo de adopción se cifra en dos o tres años vista y la información del instituto nacional de estadística, que en 2014 señalaba una tasa de penetración de telefonía móvil en los hogares españoles de un 96,4%, superando el número de líneas fijas y una conectividad a Internet cercana al 74,4% [23], sitúan el aprendizaje móvil como una tendencia de futuro próximo.

A la hora de implementar la tecnología móvil se diferencian principalmente dos programas: el 1:1 y el BYOD (Bring Your Own Device). En el programa 1:1 se suministra a cada estudiante un dispositivo móvil (tableta, portátil o móvil) sin costo para él o para su familia, mientras que en los programas BYOD los estudiantes aportan sus dispositivos al centro educativo y los liberan de las cargas económicas asociadas a la adquisición de tecnología, los costes de mantenimiento y su rápida obsolescencia, pudiendo destinar estos recursos para adquirir tecnología para los alumnos más desfavorecidos.

Paralelamente a la aparición y el desarrollo de las tecnologías móviles se ha vivido el desarrollo de la web 2.0 que ha transformado internet de un lugar en el que el usuario es consumidor de contenidos a un lugar social donde los usuarios crean y comparten contenidos. Aparecen las redes sociales y distintas aplicaciones que acercan a los usuarios; aplicaciones que permiten el trabajo cooperativo eliminando las barreras físicas; la nube y sus sistemas de almacenamiento ofreciendo el acceso a la información personal desde cualquier lugar sin necesidad de un soporte físico, y todo ello disponible a través de un dispositivo y una conexión a Internet.

Entre algunas de las múltiples prácticas que se pueden realizar con la tecnología móvil encontramos el uso de códigos QR, el flipped learning, realidad aumentada, el aprendizaje basado en juegos o gamificación, entre otros.

## **2.2 Los errores y las matemáticas**

Brousseau, Davis y Werner [24] expresan “los estudiantes piensan frecuentemente acerca de sus tareas matemáticas de un modo muy original, bastante diferente de lo que esperan sus profesores. Cuando esta vía de pensamiento original se muestra inesperadamente útil, admiramos su poder y decimos que el estudiante ha tenido una comprensión inusual; pero cuando, por el contrario, este modo personal de pensamiento omite algo que es esencial, decimos usualmente que el estudiante ha cometido un error. De hecho, ambos casos tienen mucho en común, en particular el dato de que las ideas en la mente del alumno no son las que el profesor espera”.

Los errores en la realización de las matemáticas por parte de los estudiantes suelen ser una de las mayores preocupaciones de los docentes y en muchas ocasiones de los alumnos. Es habitual que sean penalizados o sancionados, entendiéndose como obstáculos para acceder al aprendizaje [25]. Estos errores pueden tener diversas causas y tanto el análisis por parte del docente (o del alumno) como el uso que se haga de él puede permitir al alumno comprender aquello que no tiene claro o no tiene bien aprendido [26].

Cuando el alumno se enfrenta a una nueva situación intenta utilizar sus conocimientos para dar respuesta a lo que se le pide. Al cometer un error se le genera un desequilibrio que requiere una adaptación que le permita dar respuesta a la situación. El nuevo conocimiento no se añadirá al antiguo sino que provocará una reestructuración y una acomodación de la estructura anterior, recuperando de nuevo el equilibrio [27]. Citando a Matz (1980): “los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación”.

Socas y otros [27] diferencian los errores cometidos en la realización del álgebra en dos tipos: los basados en la ausencia de sentido, que los clasifica en:

1. Errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética.
2. Errores de procedimiento.
3. Errores del álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico.

Y los errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales, como son la falta de concentración, bloqueos, olvidos, etc.

El miedo a cometer errores puede limitar la implicación o la motivación de los alumnos para involucrarse en el aprendizaje de los nuevos conocimientos, sintiéndose incapaces de superar los errores o pudiendo experimentar estados de indefensión aprendida [29] (estado en el que se encuentran muchas veces los estudiantes y en el que piensan que hagan lo que hagan no van a ser capaces de hacerlo bien, de manera que abandonan).

Cuando los estudiantes asisten a las lecciones del docente no podemos considerarlos como lienzos en blanco por pintar; llevan un bagaje de experiencias adquiridas durante todos sus años previos como alumnos, y su situación actual es el reflejo de estas experiencias, bloqueos, opiniones respecto a la materia... Pese a que sus aptitudes están ligadas a factores genéticos, sociales o experienciales, dependen en muchos aspectos de la actitud que presentan frente a la situación de aprendizaje, lo que invita a reflexionar sobre la dimensión afectiva en los escenarios de aprendizaje, pudiendo ser consideradas determinantes para muchos [25].

El éxito de cambio en la forma de enseñar matemáticas no depende sólo de la aplicación de estrategias innovadoras a la hora de enseñar matemáticas, sino que requiere incidir sobre la actitud del alumnado hacia esta materia.

### **2.3 Las emociones y las matemáticas**

La educación más tradicional ha considerado en muchas ocasiones el estudio de las matemáticas como un ente aparte solo alcanzable desde un punto de vista intelectual, olvidando el componente afectivo que poco a poco va mostrándose como significativo para alcanzar este propósito. Ya en 1945 el matemático Polya [30] decía: "sería un error el creer que la solución de un problema es un asunto puramente intelectual", haciendo clara referencia a la necesidad de ampliar el número de variables a considerar como necesarias para resolver un problema o aprender matemáticas. En la actualidad, para la resolución de un problema complejo (más allá de los problemas del aula de matemáticas) no solo hacen falta conocimientos, sino otras habilidades con un aspecto más emocional para hacer frente a los sucesivos fracasos, bloqueos y años de trabajo que se pueden necesitar para dar respuesta a los problemas planteados.

El aprendizaje matemático se ve afectado por la motivación y ésta es el resultado de las creencias sobre: a) las matemáticas como disciplina, b) uno mismo como aprendiz de matemáticas, c) el rol del profesor de matemáticas, d) otras creencias sobre el aprendizaje matemático [31][25]. La estabilidad de estas creencias tiene mucho que ver con la interacción de las estructuras de tales convicciones: no solo con el afecto (sentimientos), sino con el meta-afecto (sentimientos sobre los sentimientos), que a través de su interacción psicológica, meta-afecto y estructuras de las creencias se sostienen unas a otras [32].

En el espacio concreto del aula de matemáticas, cuando los estudiantes realizan actividades de esta materia, suelen experimentar sentimientos negativos como ansiedad, miedo, frustración... Su respuesta ante este tipo de emociones es tratar de deshacerse de ellas abandonando la realización de las actividades o la materia en sí; este hecho implica al docente en el trabajo de la dimensión emocional dentro del área de matemáticas [1]. Estas emociones negativas, como la ansiedad por acabar una tarea, el miedo al fracaso, a la equivocación, etc., generan bloqueos de origen afectivo que repercuten en las actividades matemáticas de los alumnos [33].

Cuando hablamos de la dimensión afectiva es importante diferenciar entre [32][1]:

1. Emociones: rápidos cambios de sentimientos y de fuerte intensidad: respuestas organizadas más allá de la frontera de los sistemas psicológicos, incluyendo lo fisiológico, cognitivo, motivacional y el sistema experiencial.
2. Actitudes: como una moderada estable predisposición evaluativa que determina las intenciones personales e influyen en el comportamiento; consta del componente cognitivo y afectivo.

3. Creencias: parte del conocimiento perteneciente al dominio cognitivo, compuesto por elementos afectivos, evaluativos y sociales con una fuerte estabilidad.
4. Valores: éticos, morales...

Los cambios en las dimensiones afectivas de los alumnos solo se conseguirán a través de cambios metodológicos mediante el uso de actividades que impliquen a los alumnos y les permitan modificar la dirección de sus emociones negativas hacia emociones más positivas. Estos cambios pueden conseguirse a través de un uso adecuado de las nuevas tecnologías, aspecto que mejoraría la motivación de los alumnos.

### 3. Aplicaciones móviles y matemáticas

Como se ha indicado anteriormente, Internet ofrece un sinnúmero de recursos, muchos de los cuales tienen una clara orientación hacia el mundo educativo, que permiten mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos. En concreto, en el área de matemáticas se encuentran repositorios de recursos, generadores de ejercicios procedimentales, vídeos tutoriales de cualquier contenido, aplicaciones móviles para la resolución de ejercicios, etc. Muchos de estos recursos son utilizados por los alumnos en su proceso de formación matemática.

En este artículo se realiza un análisis sobre un tipo concreto de recursos: aquellos que permiten realizar manipulación simbólica de ejercicios matemáticos y presentar, no solo el resultado, sino los pasos seguidos para llegar a ellos. Mediante este tipo de recursos, los estudiantes tienen la opción de aprender a partir de los errores cometidos (ya se ha comentado anteriormente la importancia de esos errores) ya que disponen no solo de la solución, sino de los pasos seguidos (junto con una pequeña explicación) para llegar a ella. De esta manera se facilita la ubicuidad del aprendizaje y se reduce la dependencia del profesor permitiendo al alumno ser más autónomo. Por otro lado, la capacidad de conocer dónde se equivoca puede suponer una mejora en la autoestima de los estudiantes, una mejora en su rendimiento y percepción de la materia.

Para analizar las aplicaciones se seguirá el modelo TPACK, donde se consideran los aspectos tecnológicos, pedagógicos y de contenidos de cada una de las aplicaciones analizadas.

#### 3.1 Cym@th

Desde el punto de vista tecnológico, Cym@th (<http://www.cymath.com/>) es una aplicación web gratuita que no requiere ningún tipo de registro para poder utilizarla con todo su potencial. No dispone de aplicación propia ni en la app store ni en googleplay, de manera que solo puede ser utilizada desde la página web o como aplicación web a través de un pc o de cualquier dispositivo móvil con conexión a Internet. Es una aplicación que solo está disponible en un único idioma, inglés, aunque no requiere grandes dominios del mismo para realizar un uso completo de la aplicación.

La interfaz de la aplicación es sencilla y limpia: dispone de una barra central en la que se introduce el ejercicio propuesto a través del teclado físico o mediante la utilización de un teclado virtual; una vez introducido el ejercicio, se pulsa el botón de resolver y aparecen todos los pasos seguidos hasta alcanzar la solución junto a una breve explicación. El aprendizaje del funcionamiento de la aplicación es muy rápido y sencillo, alcanzando rápidamente un uso completo del recurso.

Desde el punto de vista pedagógico y de contenidos, esta aplicación permite resolver ejercicios procedimentales tales como resolución de ecuaciones, simplificación de expresiones, factorización en números primos, división polinómica, integrales, factorización y expansión de expresiones algebraicas, derivadas..., requiriendo indicar el tipo de operación a realizar al introducir el ejercicio. También ofrece una serie de ejercicios prácticos de los distintos contenidos de la materia de matemáticas agrupados en distintas categorías (álgebra, pre-álgebra, cálculo) y una serie de pequeños resúmenes de las principales fórmulas.

Pese a ser una aplicación muy potente y con muchas funcionalidades, muestra una carencia en cuanto a la realización de funciones y debe ser combinada con otro tipo de recursos mucho más potentes en este aspecto, como por ejemplo geogebra.

La aplicación solo permite ser utilizada como una "calculadora matemática algebraica"; no dispone de ningún registro ni de ninguna opción para poder disponer por parte del docente del

uso realizado por los alumnos.

### 3.2 Mathpapa

Desde el punto de vista tecnológico, la aplicación mathpapa ([www.mathpapa.com](http://www.mathpapa.com)), al igual que cym@th, es una aplicación web completamente gratuita y que no requiere de ningún tipo de registro: simplemente es necesario un navegador web y conexión a Internet. Sin embargo, presenta un mayor número de funcionalidades. En cuanto a las opciones de idioma solo está disponible en inglés.

La interfaz es muy sencilla: dispone en la parte superior de una barra con pestañas para seleccionar contenidos extra y en la página principal la pregunta “¿Qué quieres calcular?”, dejando un espacio en blanco para que el usuario introduzca el ejercicio planteado. En la misma pantalla ofrece ejemplos y su solución, además de un tutorial para profundizar en el uso de la misma, si bien es bastante intuitivo.

Desde el punto de vista pedagógico y de contenidos, este recurso ofrece lecciones de álgebra con las que aprender los conceptos más básicos de una forma interactiva: lecciones en vídeo y lo que llama “tutor de ecuaciones”, que consiste en una aplicación donde se plantea una ecuación expresada de forma gráfica y en la que se pueden ir realizando operaciones hasta conseguir despejar la incógnita y poder dar la respuesta; de esta manera los estudiantes visualizan los procedimientos que siguen en la realización de las ecuaciones y experimentan los cambios que se suceden en función de sus decisiones.

Igualmente, ofrece una serie de lecciones con las que aprender o ampliar sus conocimientos sobre otros contenidos como son las fracciones (de forma gráfica) o practicar sus conocimientos a través de ejercicios de identidades mediante una aplicación que simula una balanza, ejercicios de aritmética, la prioridad de las operaciones, fracciones, decimales, porcentajes, números negativos, funciones, etc.

En cuanto a su función como calculadora algebraica, mathpapa no necesita identificar qué tipo de actividad se necesita: es suficiente con introducir el ejercicio y automáticamente lo resuelve mostrando todos los pasos seguidos y una resolución gráfica en función del ejercicio planteado (i.e.: funciones, inecuaciones, sistemas, fracciones...), hecho que puede facilitar y mejorar la comprensión de determinados conceptos.

La introducción de los datos se realiza a través del teclado físico, aunque ofrece lo que describe como “modo móvil”, en el que se muestra un teclado virtual para facilitar la introducción de los datos.

### 3.3 Mathway

Desde el punto de vista tecnológico, mathway ([www.mathway.com](http://www.mathway.com)) es una aplicación web que dispone de aplicación propia para dispositivos móviles tanto en app store como en googleplay. A diferencia de las aplicaciones analizadas hasta el momento, mathway permite su uso libre o registrarse permitiendo almacenar las distintas operaciones realizadas y tenerlas disponibles en todos los dispositivos con acceso a Internet. Otra diferencia significativa con respecto a las anteriores aplicaciones es que se trata de una aplicación de pago si se desea disponer de todas las funcionalidades de la herramienta. En cuanto al idioma, esta aplicación está disponible únicamente en inglés.

Su interfaz, tanto móvil como web, es sencilla e intuitiva: dispone de un menú superior donde se indican los contenidos que se desean trabajar, una serie de accesos directos de símbolos matemáticos para facilitar la introducción del ejercicio planteado y un espacio en el que introducirlo. Una vez introducido el ejercicio, la aplicación permite seleccionar qué procedimiento se quiere llevar a cabo, desde resolver la ecuación, a expandir el producto, factorizar, encontrar la ecuación que pasa por dos puntos, etc.

Siguiendo el análisis desde un aspecto pedagógico y de contenidos, este recurso ofrece un mayor número de contenidos respecto a las aplicaciones anteriores, incluyendo las matemáticas básicas, pre-álgebra, álgebra, geometría, trigonometría, aritmética, cálculo, funciones, estadística, álgebra lineal, geometría e incluso conceptos de química, abarcando de esta manera todos los contenidos matemáticos de las etapas preuniversitarias.

También dispone de un apartado gráfico que permite realizar cualquier tipo de función, pudiendo guardarlas en el caso de un registro previo, imprimirlas, enviarlas a través de un link

o incluso compartirlas a través de redes sociales como facebook o twitter, o por email, dándole un componente social al recurso.

Otra opción que ofrece mathway (en su versión gratuita) es la generación de hojas de ejercicios, donde simplemente se debe seleccionar el contenido a trabajar, especificar exactamente qué se quiere trabajar (i.e.:ecuaciones, ecuaciones con denominadores,...) e indicar la cantidad de ejercicios que se desean y automáticamente genera una hoja con el número de ejercicios solicitados.

La última opción disponible es un glosario de términos donde poder buscar el significado de palabras que en muchas ocasiones son desconocidas por los estudiantes.

### **3.4 Wolfram alpha**

El último recurso que se analizará es la aplicación web de wolfram alpha (<https://www.wolframalpha.com/>). Esta aplicación dispone de dos versiones: una gratuita y una premium (con una mayor cantidad de opciones disponibles por parte del usuario); no es requerido ningún registro previo. Pese a poder utilizarse desde la web, también dispone de aplicaciones móviles para los sistemas operativos más comunes como son iOS y Android. La aplicación está en inglés y en ninguna de sus versiones (gratuita y pro) ofrece una versión en otro idioma.

Muestra una interfaz sencilla, personalizable a través de colores e intuitiva para el usuario, con una barra en blanco en la que introducir el ejercicio que se desea realizar y sin necesidad de concretar el tipo de operación puesto que la propia aplicación lo identifica y da las respuestas. Para facilitar la introducción de los ejercicios dispone de un teclado virtual con algunas letras del alfabeto griego (en su versión gratuita) y el símbolo de raíz cuadrada. También ofrece una serie de ejemplos enmarcados en distintas categorías que facilita el aprendizaje de la herramienta y de las opciones que ofrece a medida que el estudiante va ampliando sus conocimientos.

A diferencia de las aplicaciones analizadas hasta el momento, la aplicación de wolfram alpha permite ir más allá de los contenidos matemáticos ofreciendo una elevada diversidad de temas de los que obtener información, bien a través de los ejemplos propuestos, bien a través de preguntas en la barra de ejercicios, ofreciendo información sobre cualquier aspecto o cuestión que se le pregunte, desde la estrella Betelegeuse, pasando por la misión rosetta o incluso las carreteras de España, facilitando la realización de ejercicios más competenciales.

Desde un punto de vista pedagógico y de contenidos, encontramos una aplicación que en su versión gratuita permite la resolución de los ejercicios tanto de aritmética como de álgebra, lo que incluye funciones, resolución de sistemas de ecuaciones de forma algebraica y gráfica, derivadas, inecuaciones, límites... Para poder conocer los pasos realizados para llegar a la solución es necesario utilizar la versión PRO.

En cuanto al bloque de estadística, permite introducir series de datos manualmente o a través de un archivo de excel y realizar distintos análisis como por ejemplo: rectas de regresión y gráficos de barras y de columnas.

Desde esta aplicación se pueden realizar análisis desde un punto de vista matemático, obteniendo información básica sobre la imagen (aspect ratio, píxels, dimensiones) , la exposición a la luz, los balances de los colores, transformaciones de las imágenes, permitiendo incluso interactuar con los resultados obtenidos, y realizar un análisis de las imágenes en la versión PRO.

Como última opción (también PRO) y enfocada no solo a los estudiantes sino también a los docentes, dispone de un generador de ejercicios con el que crear distintas tareas y poder practicar de forma autónoma disponiendo de los resultados.

## **4. Conclusiones**

Las aplicaciones presentadas ofrecen un complemento para la educación matemática de los alumnos que puede ser muy útil a cualquier nivel: desde el tercer ciclo de primaria, pasando por secundaria y bachillerato. Estas aplicaciones permiten desarrollar la autonomía e iniciativa personal, competencias que en ocasiones son difíciles de trabajar en la clase, ya que los estudiantes pueden no solo comprobar si la solución obtenida es correcta o no, sino

comprender los procedimientos utilizados para llegar a ella y assimilarlos. En caso de encontrar un concepto que no esté bien aprendido, pueden tener acceso a nuevas explicaciones y ejemplos, muchas veces propuestos por la misma aplicación, que de alguna manera se ajusta a las necesidades de los usuarios.

Adicionalmente, a través del uso de estas aplicaciones o similares, se puede desmitificar el concepto de “error” como algo negativo y darle la visión más amplia y correcta de un concepto mal aprendido o una falta de conocimiento que requiere ser ampliado y trabajado en mayor profundidad.

La carencia de tiempo y la diversidad presente en las aulas requiere el uso de nuevas metodologías o nuevas herramientas que favorezcan a todos los estudiantes. Frecuentemente los docentes no pueden resolver todas las dudas existentes en el aula por varios motivos: desde una falta de tiempo para atender a todos los alumnos, hasta estudiantes que no expresan sus dudas por motivos sociales, entre otros factores. El hecho de disponer de un recurso que les muestre no solo la solución, sino los pasos seguidos para llegar a ella puede permitirles mejorar su rendimiento, aspecto que también afectaría a su actitud hacia las matemáticas, pudiendo influir positivamente en la concepción que tienen de la asignatura y adquirir unas habilidades de autonomía e iniciativa muy útiles para el estudio de ésta y otras materias de tipo científico-tecnológico.

El uso de estas aplicaciones debe realizarse paulatinamente, facilitando su asimilación por parte de los alumnos y creando situaciones que permitan su uso propiciando así su incorporación en las aulas por parte de los docentes como una herramienta más.

Por otro lado, al ser aplicaciones que solo requieren de un dispositivo móvil y acceso a Internet, garantiza las posibilidades de uso a la gran mayoría de los alumnos de los centros educativos y muestra nuevos usos para sus dispositivos móviles más allá de los de ocio a los que están tan habituados.

## Bibliografía

- [1] Gómez-Chacón, I.M. (2003) "La tarea Intelectual en matemáticas. Afecto, Meta-afecto y los sistemas de creencias", Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, VOI. X, nº2 pp 225
- [2] Gairín, J. (1990) "Las actitudes en educación. Un estudio sobre educación matemática". Barcelona, ed. Boizareu Universitaria.
- [3] Tapscott, D. (1998). "Growing up digital: the rise of the net generation". New York:McGraw-Hill.
- [4] Villalobos, M. (2006). "Serie: La opinión de un experto. La generación net". CD. Módulo Psicopedagogía. México: CECTE - ILCE.
- [5] DeNapoli, A. (2003). "Tendencias de la tecnología en la educación. México: Memorias VI Congreso Internacional Educación para el Talento
- [6] Informe Horizon 2014, recuperado de: <http://cdn.nmc.org/media/2014-nmc-horizon-report-EU-EN.pdf>
- [7] O'Reilly, T. (2005) "What is Web 2.0. Design patterns and business models for the next generation of software". O'Reilly Network. Recuperado de: <http://www.oreillynet.com/pub/a/oreilly/tim/newa/2005/09/30/what.is.web.20.html>
- [8] Ferreiro, R.(2000)."Un componente clave de los nuevos ambientes de aprendizaje:el software educativo" México: Revista Explorador Visual. Año2, nº3, pp 25-27
- [9] Ferreiro, R.F. y DeNapoli, A. (2008): "Más allá del salón de clases: Los nuevos ambientes de aprendizajes", Revista Complutense de educación, vol 19 nº2, Madrid (España)
- [10] Ferreiro, R. . et al. (2002)."Encuesta Internacional a Expertos: Siete pecados de la educación tradicional, siete razones sensibles para el empleo de las nuevas tecnologías de la comunicación y la informática y siete virtudes potenciales de las nuevas tecnologías educativas". México., Memorias CD. Tercer Congreso Internacional de Educación y Formación Virtual. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Campus Toluca. Estado De México.
- [11] Ferreiro, R. (2003) "Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo. Una nueva forma de aprender y enseñar:El constructivismo". México; Ed Trillas
- [12] Gagné, R. (1970). "Las condiciones del aprendizaje". Madrid, Aguilar
- [13] Lefranc, R. y otros (1969). "Las técnicas audiovisuales al servicio de la enseñanza", Buenos Aires, El ateneo.
- [14] Freinet,S. (1974). "Las técnicas audivisuales". Barcelona, Paidós
- [15] Clark y Salomón (1986):" Handbook of research on teaching". Ed. Wittrock, Macmillan Reference Books, pp 464-478, New York
- [16] Clark, J. (2001): "Learning from media:arguments, análisis, and evidence", Perspectives in instructional Technology and Distance Education, Information Age Publishing, pp 1-12, Connecticut (United States)
- [17] Cabero,J. (2001). "Tecnología educativa:diseño, producción y evaluación de medios". Barcelona:Paidós
- [18] Gómez Galán, J. (2011):"New perspectives on integrating social networking and Internet Communications in the curriculum", elearning papers, nº26, October 2011
- [19] Mishra, P., & Koehler, M.J. (2006): "Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge", Blackwell publishing, Teachers College Record, 108(6), 1017–1054,
- [20] Unesco (2012)."Turning on Mobile learning in europe" en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002161/216165e.pdf>

- [21] Cantillo, C.; Roura, M. Y Sánchez,A. (2012).”Tendencias actuales en el uso de dispositivos móviles en educación”. La Educación. Digital magazine. Junio, n 147
- [22] Baran, E. (2014). A Review of Research on Mobile Learning in Teacher Education. Educational Technology & Society, 17 (4), 17–32.
- [23] Informe ONTSI sobre la penetración de la telefonía móvil en los hogares:  
<http://www.ontsi.red.es/ontsi/es/indicador/penetracion-telefonía-movil-en-hogares>
- [24] Brousseau, G., Davis, R. Y Werner, T. (1986). “Observing Students at Work”. En Christiansen, B.
- [25] Briceño E., Milagros T (2009).” El uso del error en los ambientes de aprendizaje:una visión transdisciplinaria”. Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales. Mérida-Venezuela.. nº 14, 9-28.
- [26] Engler, A., Gregorini, M.I., Müller, D., Vrancken, S. y Hecklein,M. (2004),“Los errores en el aprendizaje de matemática”. Revista Premisa de la Sociedad Argentina de Educación Matemática, v6, n23, pp 23-32
- [27] Ruano, R. M., Socas, M. M. y Palarea, M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. PNA 2(2), 61-74
- [28] Matz, M. (1980). Towards a computational theory of algebraic competence. Journal of Children’s Mathematical Behaviour, 3(1), 93-166.
- [29] Seligman M.E.P. (2003) “La auténtica felicidad”, ed Vergara
- [30] Polya, G.: 1945, How to solve it. Doubledoy. New York. Traducido al castellano: Cómo plantear y resolver problemas. Trillas: MÀLexico, 1972.
- [31] Kloosterman,P.(2003) ”Beliefs about mathematics and mathematics learning in the secondary school: measurement and implications for motivation”, Leder, G; Pehkonen,E. Y Torner, G. (eds), Beliefs:A hidden variable in mathematics educations, Kluwer academic Publisher.
- [32] Goldin,G.A. (2003).”Affecta, Meta-Affect and Mathematical Belief Structures”, Leder, G; Pehkonen,E. Y Torner, G. (eds), Beliefs:A hidden variable in mathematics educations, Kluwer academic Publisher.
- [33] Socas,M.(1997).”Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria”, La educación matemática en la enseñanza secundaria. ICE de la Universidad Autónoma de Barcelona y Horsori. Barcelona.