

## **Cultura y matemáticas a la vista de todos (II): Poliedros estrellados y análisis del entorno de la Sagrada Familia de Barcelona**

Ampar López de Briñas Ferragut; Berta Mas i Pons; Manel Sol Puig  
email: mlope453@xtec.cat; bmas4@xtec.cat; msol@xtec.cat  
Grup Vilatzara (ICE de la UAB)

### **RESUMEN**

El taller que presentamos propone dos tipos de tareas alrededor de la Sagrada Familia. Una sobre los poliedros estrellados que aparecen en su fachada. Qué poliedros aparecen, qué propiedades tienen, como se construyen, porqué los utilizó Gaudí en su obra, y qué significado les dio. El segundo tipo de actividades giran sobre el problema que se le planteó a Gaudí para el diseño del entorno del templo. En el desarrollo del taller que proponemos se contrastará el entorno actual con la última propuesta que hizo Gaudí, refiriéndose a costes, espacio sin edificaciones y ángulos de visión. El desarrollo del taller consistirá en comprender estas intenciones de Gaudí y construir algunos poliedros estrellados que aparecen.

Palabras clave: Geometría, arte, contexto, poliedros, Sagrada Familia.

Núcleo Temático: VI.- Conexiones y Contextos.

Materiales: Los aportaremos los autores.

Necesidades técnicas: Proyector, ordenador.

Descripción de las actividades:

Desde la incorporación de las competencias a la educación, los contextos realistas y próximos a los alumnos son un elemento imprescindible en las tareas de aula de cualquier materia. Además, desde el currículum se entienden las matemáticas como un instrumento para interpretar, comprender y valorar nuestro entorno. Por eso entendemos que cualquier edificio (incluso restos arqueológicos) nos brinda una oportunidad de trabajar matemáticas con significado y al mismo tiempo realizar una aproximación cultural.

Nuestra pretensión es que con estos ejemplos se entienda que el caso de la Sagrada Familia se puede exportar a otros edificios o lugares de interés. De manera que sirva para ayudar a generar nuevas propuestas para aprender matemáticas a partir de otros contextos significativos para los estudiantes.

El taller se desarrollará en dos partes. En la primera las actividades giran sobre el problema que se le planteó a Gaudí para el diseño del entorno del templo de la Sagrada Familia. La segunda parte se ocupará de estudiar los poliedros estrellados que aparecen en la escena de la Anunciación de la Fachada del Nacimiento .

## **1a Parte: El entorno de la Sagrada Familia**

El arquitecto Antoni Gaudí, cuando diseñó la Sagrada Familia, también tuvo en cuenta como sería observada por los peatones. Quería que su obra fuese un foco de atracción turística. Por eso quería que el entorno del templo realzara la monumentalidad y belleza de su proyecto. Esta idea quería decir un entorno sin casas y que hubiera espacio para que se pudiera contemplar toda su magnitud desde diferentes puntos de vista. Inicialmente la plaza tenía que ser de 8 puntas. Su objetivo era que cualquier persona pudiera observar desde su ángulo de visión (30 grados en horizontal y en vertical) el cimborio central de 170 metros de altura y dos fachadas al mismo tiempo. Pero también era consciente de que para hacerlo se tendría que expropiar los terrenos del entorno del templo y esto suponía un gasto importante que en aquellos momentos las autoridades municipales no podían admitir. Para hacer posible su idea de un entorno que agrandara su proyecto y al mismo tiempo que fuera realizable económicamente diseñó el entorno de la Sagrada Familia con una plaza estrellada de 4 puntas como se puede ver en la imagen que vemos a continuación (figura 1), que tampoco llegó a realizarse.

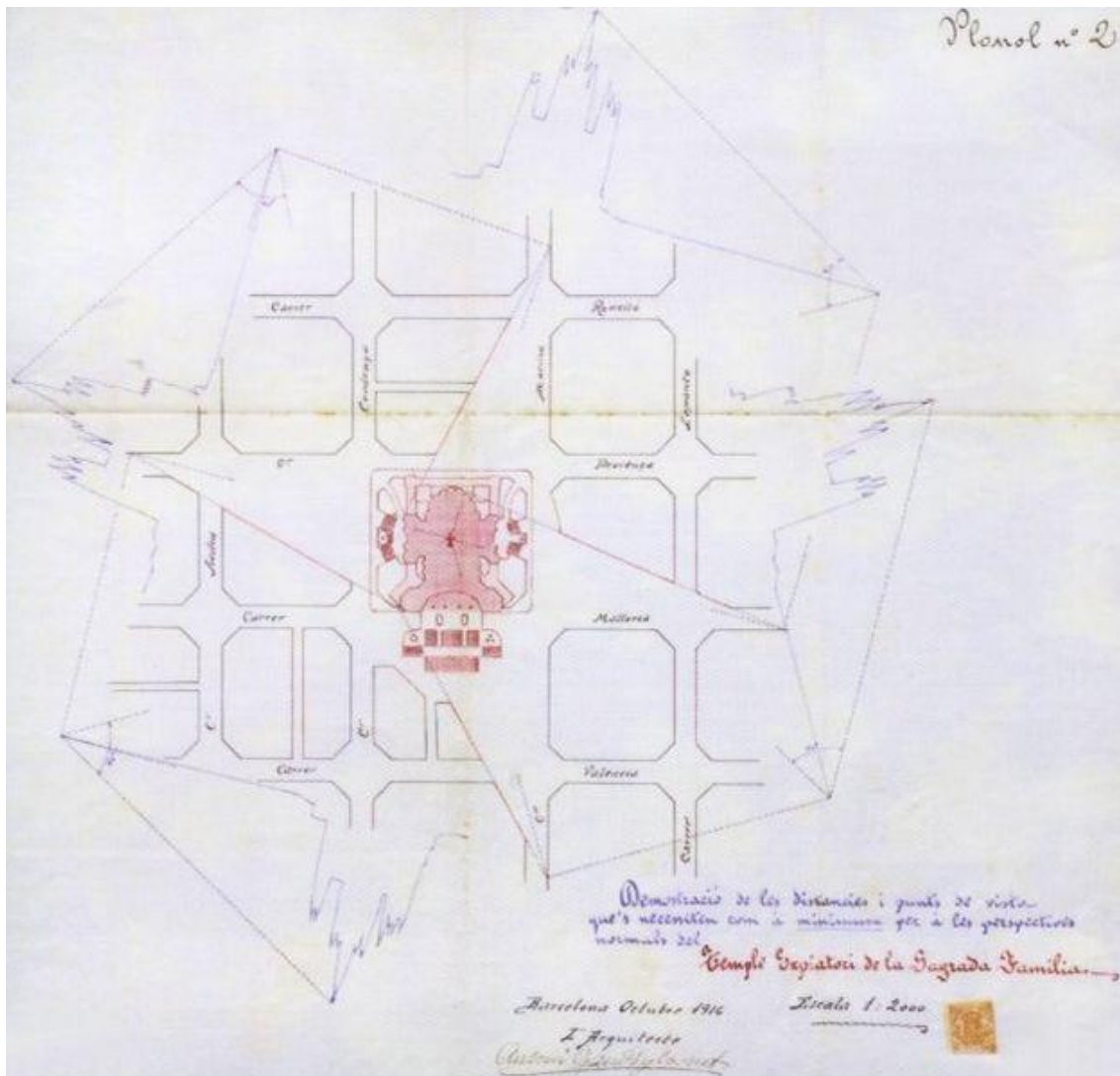


Figura 1.

Os proponemos:

- 1.- Representa esta plaza sobre el fragmento del plano de Barcelona que os adjuntemos en la página siguiente (figura 2).
- 2.- El proyecto que realmente se ha hecho es equivalente (misma área) con el proyecto de la plaza de 4 puntas de Gaudí? En qué caso se han ahorrado más dinero en expropiaciones?
- 3.- Señalad sobre vuestro trazado las regiones del plano donde se cumplen alguna de las condiciones de Gaudí (ver dos fachadas bajo un ángulo de 30 grados, ver el cimborio central completo también bajo un ángulo de 30 grados)
- 4.- Lo mismo que en el punto anterior pero sobre la plaza de las 4 puntas.

Para poder responder con profundidad las preguntas anteriores te pueden ir bien las siguientes informaciones:

Esta zona de la ciudad se conoce como *l'eixample* (el ensanche) y fue diseñado por Ildefons Cerdà hacia el 1850. Según su diseño el lado de cada manzana de *l'eixample* mide 113 metros. La anchura de las calles es de 20 metros.

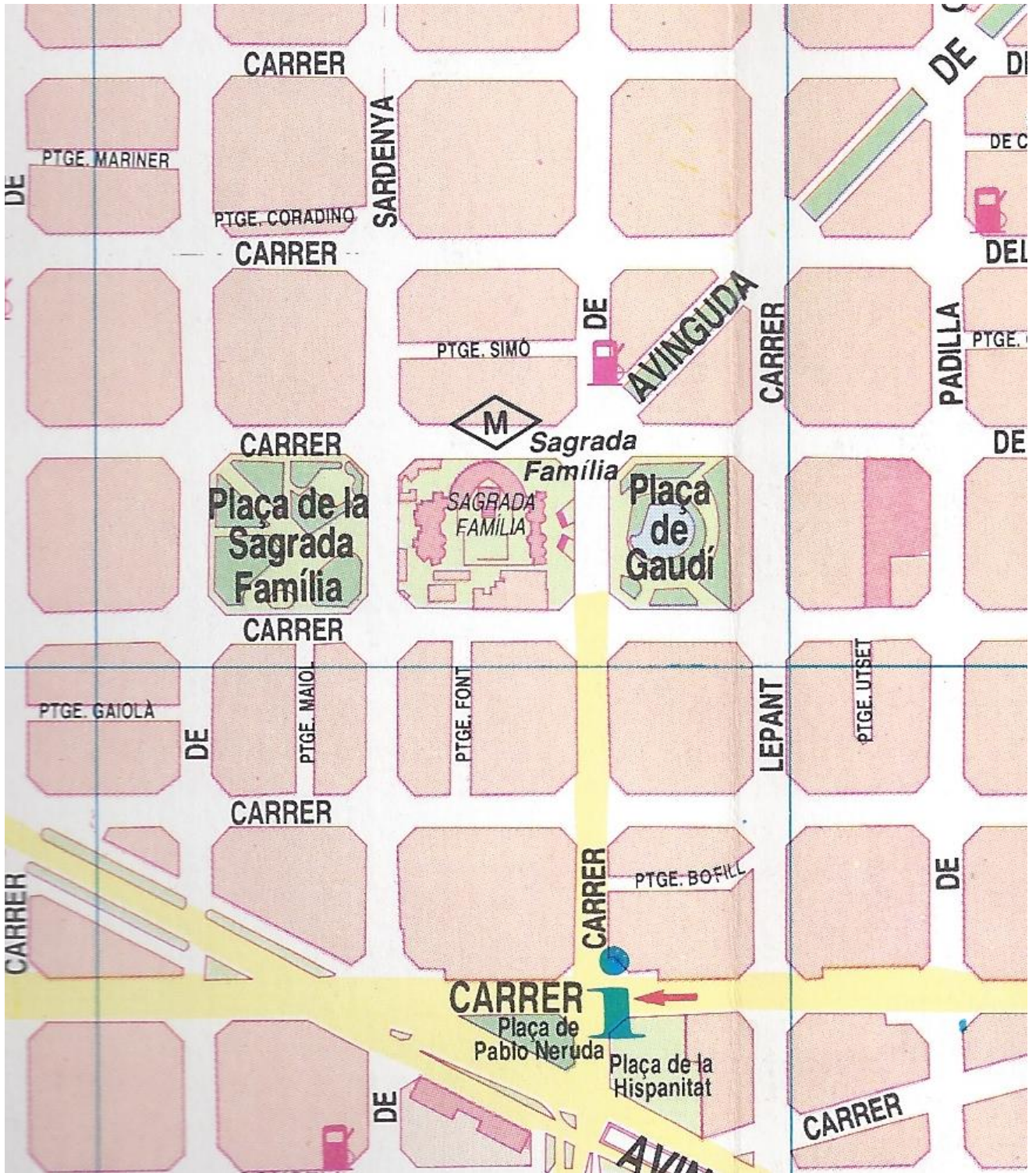


Figura 2.

## 2ª Parte: Taller de Poliedros Estrellados

Gaudí se inspiraba en la Naturaleza para realizar muchos detalles de sus obras. Uno de estos detalles es la representación de las estrellas de las constelaciones representadas en la Escena de la Anunciación.

Dicha escena está situada en la zona central de la Fachada del Nacimiento, en la parte superior de la Estrella de Belén y en ella se representa el momento en que el Arcángel Gabriel le comunica a la Virgen María que será la madre de Jesús.

En la fotografía podemos ver el arco de las constelaciones, justo encima del Arcángel, la Virgen y la estrella.



*Figura 3.- El Arco de las Constelaciones en la Fachada del Nacimiento.*

La escena está enmarcada bajo un arco en el que se representan las constelaciones del zodiaco que son visibles en el cielo nocturno en la posición exacta en que se encontraban la noche del nacimiento de Jesús, y que son: Virgo, Leo, Cáncer, Géminis, Tauro y Aries.

La representación de las constelaciones ha evolucionado a lo largo del tiempo y actualmente sólo consta de las estrellas y aquellas líneas imaginarias que se trazan para localizarlas con más facilidad, recordando vagamente aquella figura a la que su nombre hace referencia.

Sin embargo, en la Sagrada Familia, se realiza mediante las figuras que representan los nombres de las constelaciones, como se hacía antiguamente.

En cada una de ellas está esculpido el ser correspondiente que la representa.

Virgo.- la diosa de la Agricultura, Ceres (lleva una cesta con uva en el brazo)

Leo.- un león (parte del lomo, cuartos traseros, patas y cabeza)

Cáncer.- un cangrejo (parte de él)

Géminis.- los gemelos Cástor y Pólux, hijos de la diosa Leda

Tauro.- un toro (cabeza y patas delanteras)

Aries.- una cabra

## MATERIALES NECESARIOS

- Imágenes de representaciones antiguas de las constelaciones indicadas (recomendadas las del libro “Urania’s Mirror”, de Sydney Hall, disponibles en la Wikimedia).

- Las imágenes de las constelaciones de la Sagrada Familia, en la web que se indica:

<http://www.sagradafamiliagaudi.com/Vista%20General/Fachada%20de%20la%20Natividad/Portal%20de%20la%20Caridad/Constelaciones.html>

<http://www.sagradafamiliagaudi.com/Vista%20General/Fachada%20de%20la%20Natividad/Portal%20de%20la%20Caridad/Constelaciones.html>

(la dirección web en letra más pequeña es para asegurar el enlace directo al clicar sobre ella en el pdf.).

- Representaciones actuales de las constelaciones indicadas (recomendadas las de la IAU – Unión Astronómica Internacional, disponibles en la Wikimedia o en la web <http://www.iau.org/public/themes/constellations/> )

## Desarrollo del TALLER

*A los alumnos, en el aula, se les presenta imágenes de representaciones antiguas de constelaciones, como las del libro “Urania’s Mirror”, de Sydney Hall (se pueden encontrar en la Wikimedia, y se les plantea las siguientes cuestiones:*

1) Fijaos en las representaciones antiguas, los dibujos de las estrellas varían. ¿A qué puede ser debido?

2) Fijaos ahora en las constelaciones de la Sagrada Familia (*es más que recomendable comenzar con la de Géminis*). En la siguiente web podéis ver la imagen de cada una ampliada clicando encima:

*(si no se tiene disponibilidad de ordenadores, se pueden proporcionar fotografías de las constelaciones en gran formato – recomendado A3).*

<http://www.sagradafamiliagaudi.com/Vista%20General/Fachada%20de%20la%20Natividad/Portal%20de%20la%20Caridad/Constelaciones.html>

<http://www.sagradafamiliagaudi.com/Vista%20General/Fachada%20de%20la%20Natividad/Portal%20de%20la%20Caridad/Constelaciones.html>

3) ¿Qué formas observáis? ¿Son figuras planas, como los dibujos antiguos de las constelaciones?

4) ¿Podéis encontrar alguna semejanza entre las formas observadas y los poliedros que se os muestran?

5) ¿Podéis encontrar la relación entre esos poliedros y los poliedros platónicos? ¿Cuál es?

6) Marca con la inicial, sobre la imagen, aquel poliedro platónico al que está asociado cada estrella.

7) Comparad la constelación de Géminis de la Sagrada Familia con la antigua y con la actual. ¿Dónde están situadas las estrellas más brillantes en la representación actual? ¿Qué poliedros se han utilizado?

8) Observa qué poliedros están repartidos por los cuerpos de los gemelos y compara esa distribución con la de la representación actual. ¿Podéis conseguir la misma representación de líneas en la constelación de la Sagrada Familia uniendo las estrellas?

9) Para ampliar: Buscad datos sobre las magnitudes aparentes de cada estrella de la constelación (se recomienda el programa gratuito Cartes du Ciel) y comparad el poliedro estrellado con la magnitud aparente. ¿Se puede establecer una relación entre la magnitud y el poliedro utilizado para su representación?

¿A qué conclusión llegáis?

10) Repetid el proceso con las demás constelaciones en el orden siguiente: Leo, Virgo, Cáncer, Aries, Tauro.

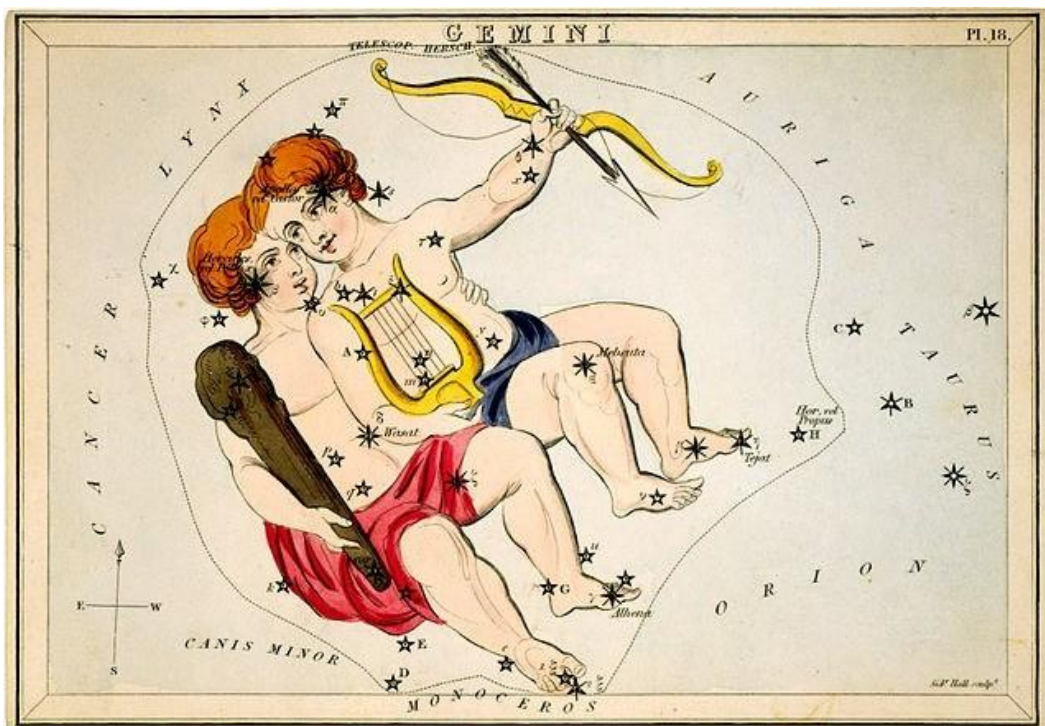


Figura 4.- Constelación de Géminis. Ilustración del libro "Urania's Mirror", de Sydney Hall. Fuente: Wikimedia.

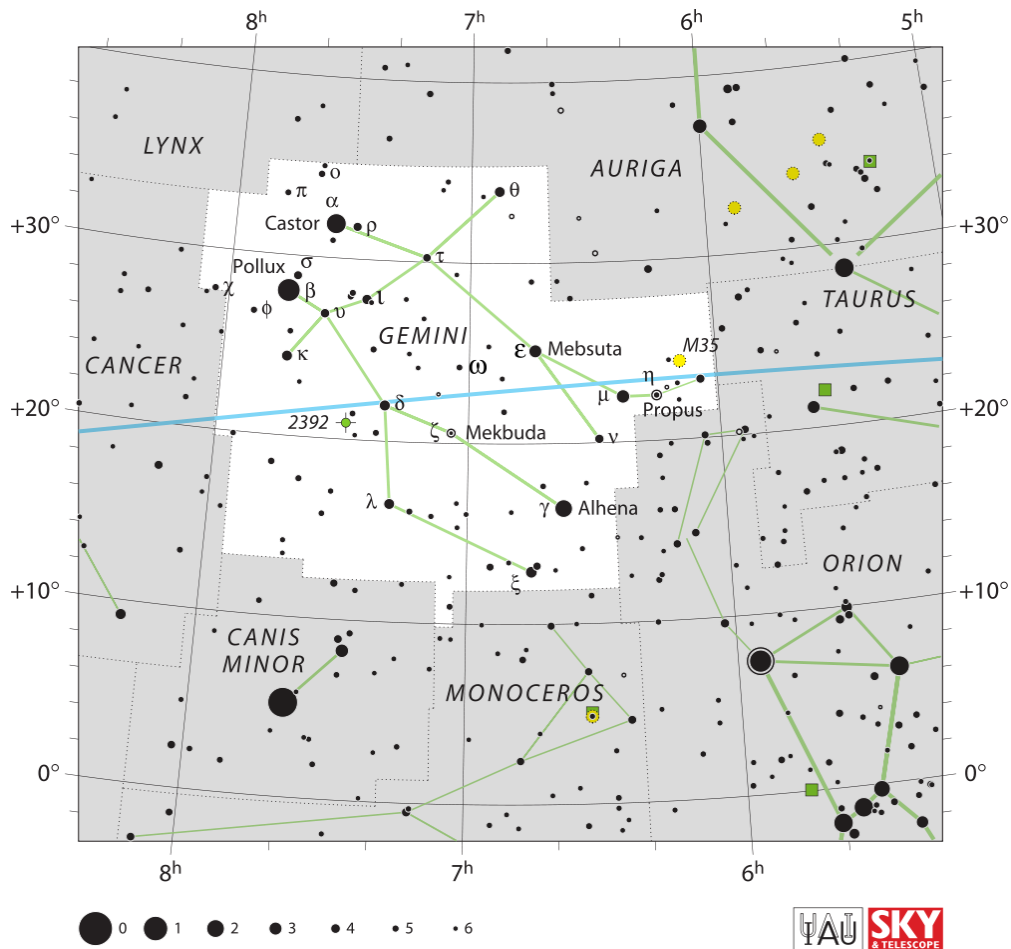


Figura 5.- Carta Celeste actual de la Constelación de Géminis según la Unión Astronómica Internacional. Fuente: Wikimedia.

## CONSTRUCCIÓN DE POLIEDROS ESTRELLADOS

Después de esta exposición del papel que juegan los poliedros en la arquitectura de Gaudí, nos planteamos cómo construirlos.

A continuación hacemos algunas propuestas.

### CÓMO SE GENERAN

Un poliedro estrellado se puede conseguir de las formas siguientes:

- Por alargamiento de las aristas del poliedro base hasta que se intersequen.

*Ejemplo:* Si alargamos las aristas de los pentágonos de un dodecaedro hasta que se corten entre ellas, se genera un dodecaedro especial llamado Pequeño Dodecaedro Estrellado de Kepler.

- Por extensión de los planos de las caras del poliedro base, hasta que se vuelven a cortar.

*Ejemplo:* La Stella Octangula u octaedro estrellado.

- Por intersección de otras figuras planas.



*Ejemplo:* Si intersecamos 12 pentagramas (estrellas de cinco puntas), se puede generar bien el Pequeño Dodecaedro Estrellado de Kepler o el Gran Dodecaedro Estrellado de Kepler, dependiendo de cómo se realice.

- Por agregación de pirámides de alturas diversas.

*Ejemplo:* el cubo estrellado. Si se alargan las aristas o si se extienden los planos de las caras, nunca se vuelven a intersecar, ya que son paralelos/as.

La única forma de conseguir un cubo estrellado es agregándole pirámides de altura determinada. Si dicha altura es la mitad de la longitud de la arista, entonces el cubo estrellado se convierte en un dodecaedro rómbico.

## **CONSTRUCCIÓN- ALGUNAS PROPUESTAS PARA EL AULA**

Además de los Polifieltrós (<http://www.polifieltrós3d.com/>) y el Polydron o Creator, está la opción constructiva usando papel o cartulinas. Algunas propuestas interesantes son:

- Construcción del Icosaedro Estrellado mediante papiroflexia (modelo de Paolo Bascetta), en alemán. Se han de hacer 30 piezas como la que construye el presentador.

<https://www.youtube.com/watch?v=2U7mrWxXwSE>

- Construcción de un Octaedro Estrellado con el módulo de Sonobé – 12 piezas

<http://www.origami-resource-center.com/sonobe-stellated-octahedron.html>

- Modelos en papel

<http://www.korthalsaltes.com/>

- Módulo para hacer las piezas de un triángulo isósceles para construir un Dodecaedro Estrellado o un Icosaedro Estrellado.

<http://www.origamee.net/diagrams/misc/isos.html>