

Construcción de las cúpulas gigantes de Leonardo. Llevando la geometría al patio

Enric Brasó i Campderrós

email: enricbraso@mmaca.cat

MMACA (Museu de matemàtiques de Catalunya)

RESUMEN

Utilizando exclusivamente piezas de 50 cm, materializadas en este caso con cartón, en las que se han realizado 4 muescas, levantaremos colectivamente distintos modelos de cúpulas gigantes.

Estas estructuras levantadas sin ningún tipo de sujeción, se mantienen gracias a la gravedad y el encabalgamiento mutuo de los segmentos.

Son un instrumento espectacular y útil para los distintos niveles, su construcción exige un trabajo cooperativo, de imaginación espacial y de seguimiento de un patrón. Además, naturalmente, del trabajo de la geometría asociada adecuado al nivel correspondiente.

geometría, imaginación espacial, teselación, mosaico, cúpula, Leonardo, estructura recíproca

Descripción detallada:

Organización:

Este taller es necesario realizarlo o bien al aire libre o alternativamente en un espacio amplio como por ejemplo el gimnasio o un polideportivo.

Se facilitará a los asistentes una hoja con los modelos de cúpula, y unas breves instrucciones. En grupos de aproximadamente 6 personas, se les propondrá levantar estas estructuras.

Cada grupo dispondrá como mínimo de 100 piezas de cartón de 50 cm (figura 1) con las que podrá construir una cúpula de aproximadamente 3 metros de diámetro a nivel del suelo.

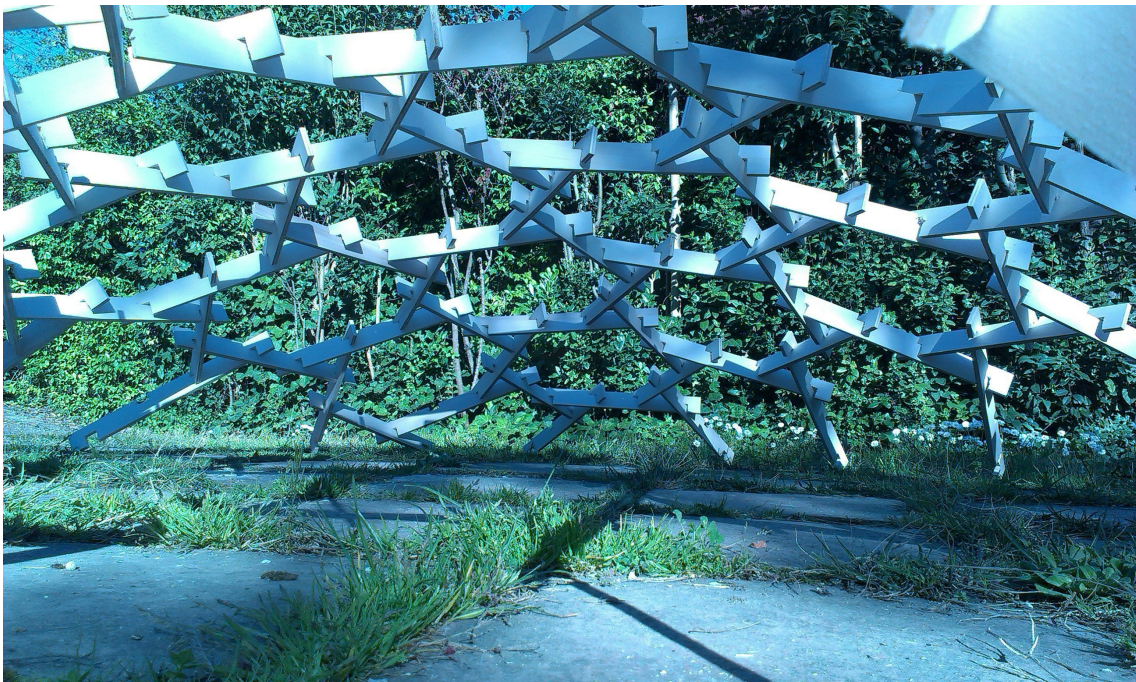


Figura 1: Una de las posibles estructuras. Teselación formada por triángulos y hexágonos.

Posteriormente levantaremos una cúpula común utilizando todo el espacio y segmentos disponibles.

Mis compañeros del MMACA I del CREAMAT, que conocen el material, colaborarán conmigo en los casos que hiciera falta.

Origen:

Las construcciones cuyos elementos de sostén se mantienen gracias al encabalgamiento mutuo se conocen arquitectónicamente con el nombre de estructuras recíprocas. Entre la multitud de documentos de Leonardo da Vinci se encuentran los primeros esquemas de estas estructuras (páginas 899 y 890 de su Codex Atlanticus consultable en línea)

El escultor y matemático holandés Rinus Roelofs, presenta en su pagina web (www.rinusroelofs.nl) estas piezas en formato pequeño así como alguna de las posibles cúpulas. Las fotografías que se encuentran en la red muestran que en distintos festivales y encuentros de matemáticas y de arte se han levantado estas construcciones. Pero continua siendo un material desconocido que merece ser difundido.

Diseño:

La versión que presentamos de la pieza es la que muestra la figura 2. Para el uso escolar (distinto del personal e individual) hemos optado por medidas grandes 50x5 cm. Hemos ensayado su construcción con distintos materiales y técnicas. En vista a su difusión hemos optado por la producción mas económica: cartón ondulado en capas de 10 mm de grueso y las piezas producidas por troquelado.



Figura 2: Diseño de la pieza.

Geometría asociada:

Geoméricamente, las estructuras que este material permite crear (en una primera aproximación) son teselaciones del plano. Hay muchísimas teselaciones del plano, pero, las que permiten ser construidas con estas piezas son las 9 de la figura 3.

Podemos idealizar las piezas como segmentos iguales con 4 puntos de unión equidistantes. Estos puntos son de dos tipos, los situados en los extremos que llamaremos "S" ya que se sitúan siempre en la parte superior de las uniones y los dos centrales que llamamos "I" por situarse siempre en la parte inferior de las uniones.

Todas las uniones son S con I. Por lo tanto, los vértices quedan situados siempre sobre los lados. En estas teselaciones nunca coinciden los vértices.

Las estructuras autosostenibles de Leonardo

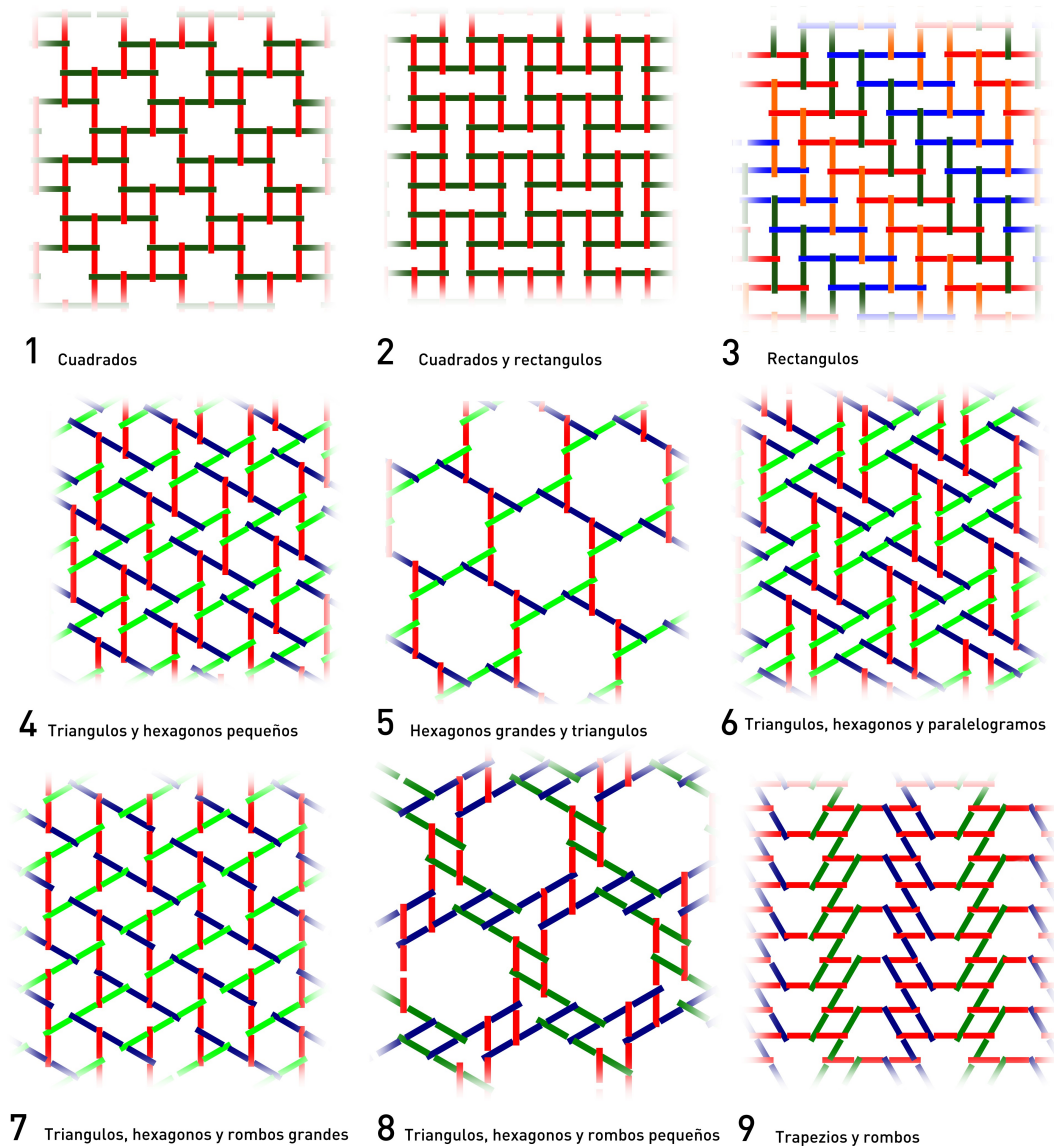


Figura 3: Las 9 teselaciones planas construibles con los segmentos

La curvatura de la estructura se consigue por la diferente altura de las muescas. Si la profundidad de las muescas las situase al mismo nivel la estructura sería absolutamente plana.

Para levantar las cúpulas, es necesario además que los puntos S y I tengan un margen de algunos milímetros. Así pues los polígonos de la teselación no son absolutamente regulares. Una teselación del plano de polígonos absolutamente rígidos con los lados unidos, por definición no sobresale del plano.

Para la colocación de los segmentos, es útil recordar la regla S-I-I-S, es decir siempre los extremos del segmento se apoyan sobre los puntos centrales de otro segmento.

Hay dos tipos de estructura, las que los segmentos son perpendiculares | la que los segmentos forman ángulos de 60° o 120°

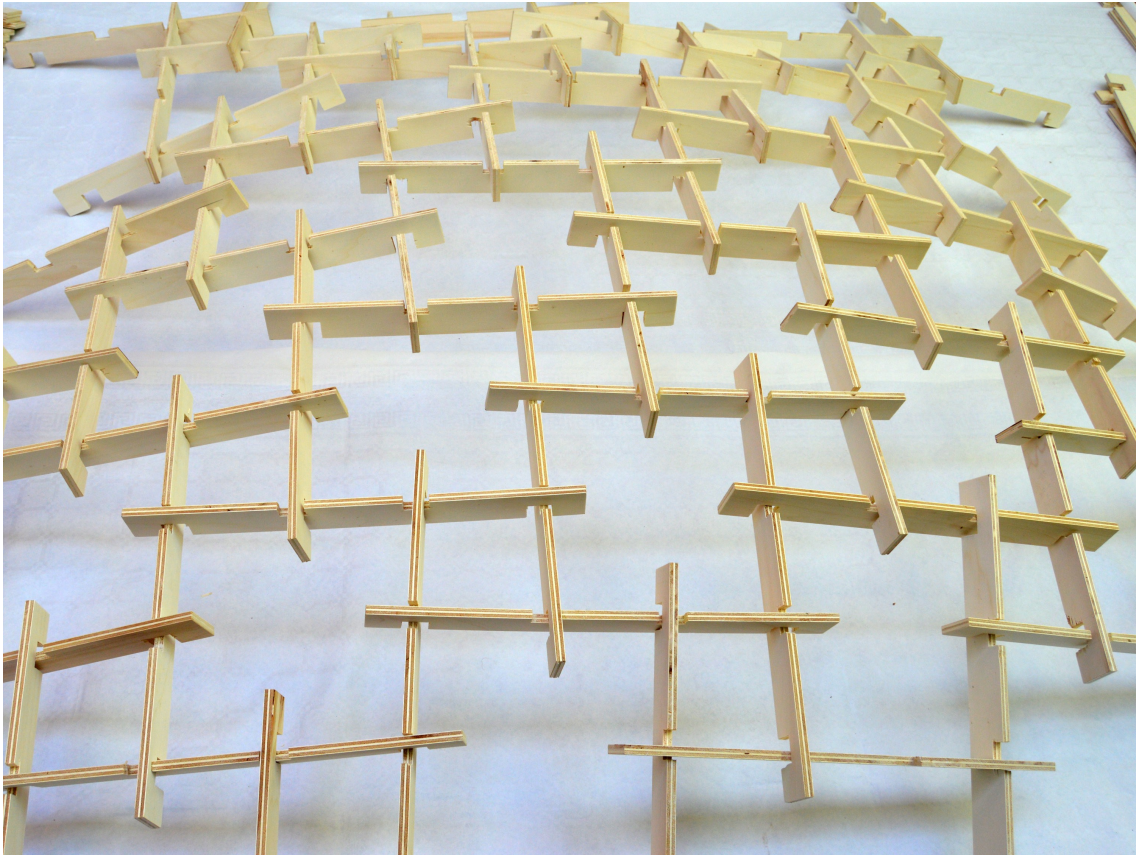


Figura 4: Cúpula número 1 formada por cuadrados

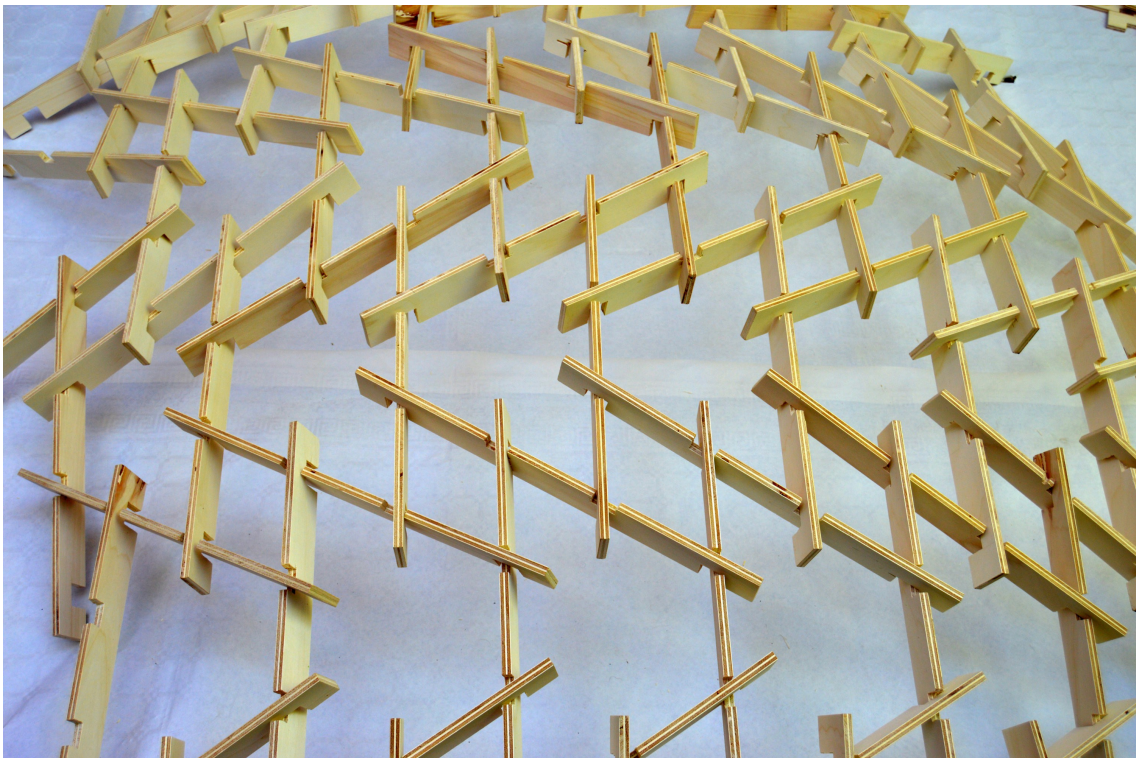


Figura 5: Cúpula número 9 formada por trapecios y rombos

Las cúpulas realizadas con los 9 patrones de la figura 2 tienen poca curvatura, de este modo su realización es factible, no obstante, no son prolongables indefinidamente, dado que son teselaciones planas al forzar su curvatura utilizando la tolerancia de sus uniones se llega a un límite. Para comprenderlo, es útil imaginar un mantel con un círculo, si lo pinzamos por el centro y lo levantamos de la mesa, el círculo se arruga y su radio es menor. De la misma manera las piezas de nuestra estructura llega un momento que no encajan y al forzar su colocación por un lado, se liberan en otro.

Para conseguir una cúpula sin estas limitaciones, hay que recurrir a las teselaciones de la superficie esférica. La figura 6 muestra una posibilidad.

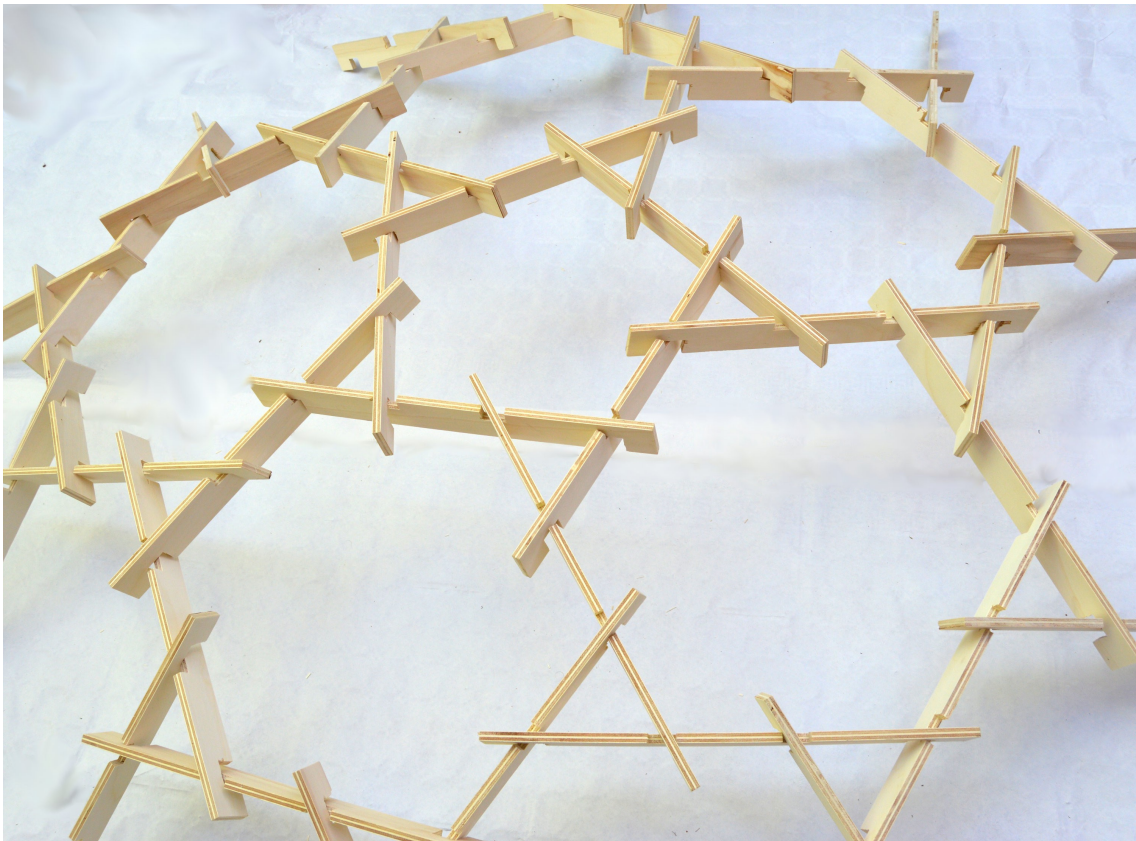


Figura 6: Teselación esférica formada por pentágonos, hexágonos y triángulos.

Las teselaciones esféricas son, de hecho, poliedros. El poliedro que se construiría continuando esta teselación y cerrando por la parte inferior la cúpula resultante tiene 62 caras. Está formado por 12 pentágonos situados y orientados como el dodecaedro, 30 triángulos y 20 hexágonos. A partir de esta teselación, es posible aumentar el número de hexágonos mientras se respeta la colocación de los 12 pentágonos, se consigue de esta manera una curvatura menor y la posibilidad de una cúpula mayor.

En función del tiempo invertido en las demás construcciones podremos también llegar a construir estas últimas cúpulas.

Necesidades materiales del taller:

El condicionante principal es la necesidad de un espacio abierto o cubierto pero amplio, con el suelo libre.

Idealmente las explicaciones que aunque son pocas, las hay, también requerirían sillas para los asistentes, un proyector, pantalla y amplificación de sonido. No obstante renunciamos a todos o parte de estos condicionantes pues entiendo difícil reunirlos en un mismo espacio. Agradeceré a los organizadores que me comuniquen las características del espacio para poder preparar, si hace falta, las hojas de las imágenes de la exposición en tamaño A1, megáfono, etc.