¡Si Penrose lo supiera…!

De la Wikipedia (http://es.wikipedia.org/wiki/Teselaci%C3%B3n_de_Penrose)

Una teselación de Penrose tiene varias propiedades remarcables:

Es no periódica, lo cual significa que carece de simetría translacional alguna. Dicho de manera informal, una copia desplazada nunca concordará con el original de forma exacta.

Cualquier región finita en una teselación aparece un número infinito de veces en esa teselación y de hecho, en cualquier otra teselación. Esta propiedad podría ser trivialmente verdadera en una teselación con simetría translacional, pero es no trivial cuando se aplica en las teselaciones no periódicas de Penrose.

Es un cuasicristal: implementadolo como una estructura física una teselación de Penrose producirá una difracción de Bragg, el difragtograma revela la simetría subyacente de orden cinco y el orden en un margen amplio. Este orden refleja el factor por el cual la teselación está organizada, no a través de simetría rotacional, pero si a través de un proceso algunas veces llamado "deflación" o "inflación".

A la exposición permanente del mmaca, en Cornellà, tenemos una teselación de Penrose, que ocupa una gran mesa octogonal puesta a la entrada de la sala que lleva su nombre.

Imagen 1

La teselación de Penrose al mmaca

Es uno de los primeros módulos que elaboramos para nuestra exposición y sigue teniendo un éxito importante entre nuestro público, de manera que decidimos reproducirlo para venderlo.

El salto a la comercialización comporta unas reflexiones propias: tamaño, material, número de piezas, … que generan discusión e investigación en el grupo.

Finalmente, optamos por producir el mismo *puzle* de la exposición, en un tamaño menor, obviamente, pero hicimos unas pruebas también con otro modelo, formado por dos rombos.

Imagen 2

La "otra" teselación de Penrose

La dos teselaciones son igual de famosas (monográfico Temas 77 de Investigación i Ciencia *El universo matemático de Martin Gardner*, págs. 28-38).

Con la idea de modificar el diseño de las piezas, empezó otra discusión sobre cuáles elementos (forma y/o diseño) resultan esenciales para dar al conjunto la aperiodicidad que representa la característica fundamental de la investigación de Penrose.

Del análisis de la forma de los rombos empezaron a salir ideas con un contenido didáctico interesante y con otros enfoques:

- un material más sencillo

- un público escolar de etapas anteriores.

Habíamos dado las espaldas a Penrose e íbamos a aprovecharnos de sus rombos, ignorando el tema de la periodicidad-aperiodicidad de su teselación, esperando que nadie se enterara.

1) ANÁLISIS DE LAS PIEZAS

Formas, dimensiones, regularidades, clasificación…

Imagen 3

Elementos de las piezas: lados, ángulos, …

La propuesta de análisis debe estrictamente desarrollarse de una forma ingenua, sin instrumentos y uso de fórmulas, a través de la pura comparación de las piezas: unión, superposición, composición… , de manera que el alumnado pueda proponer hipótesis, discutirlas, defenderlas y compartirlas.

El objetivo es que se construya un patrimonio colectivo de observaciones que generen líneas de investigación sucesivas:

OBSERVACIONES	INVESTIGACIÓN
Cada pieza tiene los lados iguales y ángulos opuestos iguales	Las dos piezas son rombos
Las dos piezas tienen lados (y perímetros) iguales, pero áreas diferentes El área de B es mayor del área de A	¿A qué figura isoperimétrica corresponde área máxima? ¿Cómo se puede demostrar? ¿Qué pasa en este caso a los ángulos?
10 rombos A, unidos por el ángulo a, forman un ángulo giro 5 rombos B, unidos por el ángulo b, forman un ángulo giro	b = 2a. ¿Cuánto mesuran los ángulos c y d? ¿Cómo podemos proceder para demostrarlo? ¿Cuánto mesuran los ángulos a+b y c+d?
Mesuras absolutas de los ángulos Mesuras relativas de los ángulos	36, 72, 108 y 144º 1/10, 1/5, 3/10, 2/5 i varias combinaciones 1, 2, 3 y 4 unidades

Imagen 3

Suma de ángulos que forman el ángulo giro

2) COMPOSICIÓN DE FIGURAS

A partir de la observación que **10a = 5b = 360º**, se puede proponer la actividad de investigar cuántas y cuáles composiciones de ángulos son posible para completar el ángulo giro

Después de unos primeros descubrimientos bastante intuitivos, relativos a las combinaciones más sencillas (8a+b; 7a+c; 6a+d…), nos hará falta:

- codificar las 4 variables (por ejemplo, a través del color de los ángulos)

- organizar las construcciones (2 colores, 3 colores, 4 colores)

- analizar los movimiento isométricos necesarios

- contemplar el caso de composiciones simétricas (que no se deben considerar)

- analizar las permutaciones circulares que se pueden dar

Pero, ¿cuántas combinaciones posibles hay?

¿Veinte? ¿Treinta? ¿Aún más?

Imagen 4

Las 53 combinaciones de ángulos que componen el ángulo giro.

Las figuras con fondo gris son las que más fácilmente presentan figuras simétricas que pueden generar confusión.

3) EL DESAFÍO FINAL

Una vez reconocidas y construidas las 53 diferentes combinaciones, puede resultar entretenido intentar conjuntarlas todas en un gran rompecabezas.

Es posible que sea necesario añadir unos cuantos rombos sueltos para taponar eventuales agujeros que dejan las figuras entre si.

Las notables y fundamentadas dudas que tenemos respecto al sentido didáctico de este desafío, lo aconsejamos sólo a los que tengan una gran afición a la resolución de los puzles.

Los demás pueden volver a los diseños originales que propuso Penrose y montar sus estructuras no periódicas, cómo hace, des de unos siete años con cierto deleite, la gente que viene a ver las exposiciones del mmaca.