

La estadística y la probabilidad en la formación inicial del profesorado. Una propuesta educativa que las acerca a un mundo más sostenible

Paula López Serentill; Teresa Calabuig Serra

paula.lopez@udg.edu; teresa.calabuig@udg.edu

Facultad de Educación y Psicología, Universidad de Girona

RESUMEN

Desde infantil y primaria, tanto el currículum español como los organismos internacionales en didáctica de las matemáticas, marcan la importancia de trabajar la estadística y la probabilidad. Por tanto, es tarea de las facultades de educación, formar a los futuros maestros en didáctica de este bloque de contenidos. A continuación se presenta la metodología desarrollada en la Facultad de Educación y Psicología de la Universidad de Girona para trabajar la estadística y la probabilidad de una forma vivencial, evitando los cálculos rutinarios y dando mayor importancia al análisis e interpretación. También se presentan distintos ejemplos de actividades competenciales y buenas prácticas que se han llevado a cabo dentro de este campo.

Palabras clave: *formación del profesorado, educación matemática, probabilidad, estadística, educación para la sostenibilidad.*

Presentación y marco teórico

Tanto el currículum español como los organismos internacionales en didáctica de las matemáticas, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) y Common Core State Standard Initiative (CCSSI) evidencian en sus orientaciones curriculares la necesidad de trabajar en la escuela el bloque de contenidos de estadística y probabilidad, ya desde la Educación Infantil. Por lo tanto, desde la Facultad de Educación y Psicología encargada de formar a los futuros maestros en Educación Infantil y Primaria, creemos que es necesario e indispensable ofrecer la formación necesaria en estos campos a los futuros maestros.

La experiencia y la recopilación de actividades y materiales para trabajar la probabilidad y la estadística que aquí se presenta se ha realizado en la Facultad de Educación y Psicología de la Universitat de Girona en la formación inicial de maestros en dos módulos: *Matemáticas 2* de tercer curso e *Investigación matemática en el aula de educación primaria* de cuarto curso.

Para dar soporte teórico a este trabajo, se parte del paradigma de la complejidad (Bonil, 2004), de la perspectiva sociocultural del aprendizaje y del aprendizaje realista (Freudenthal, 1991). Estos tres pilares apoyan un trabajo de la educación matemática en conexión con el medio y facilitan un aprendizaje basado en situaciones cotidianas y en la interacción entre estudiantes y entre éstos y los docentes (Alsina, 2009).

Como se ha dicho anteriormente, el trabajo se ha realizado en la Universitat de Girona y más concretamente en los Estudios de Magisterio de la Facultad de Educación y Psicología. Se dirige a estudiantes que ya están en tercer y cuarto curso y que por lo tanto tienen ya el nivel

de experiencia docente durante las prácticas realizadas en escuelas, que les permite contrastar las propuestas de clase con la realidad escolar. Precisamente es esta experiencia que han vivido en los centros escolares, la que les ha permitido constatar que la probabilidad y la estadística es una parte de la matemática muy olvidada en las escuelas.

La estadística quizás sea la parte de la matemática más cercana y relacionada con el funcionamiento del mundo, siendo la probabilidad mucho menos intuitiva en las primeras edades escolares. Con ella podemos aprender dos cosas fundamentales como ciudadanos. La primera es a conocer, interpretar, representar y cuestionarnos el mundo. La segunda, a valorar nuestro papel en la toma de decisiones conjuntas de la sociedad de la que formamos parte, a respetar las decisiones conjuntas. Con todo ello podemos incidir mejor en la importancia de conectar la educación matemática con la educación integral de las personas y con la educación para el desarrollo sostenible. Para ello no debemos olvidar ninguna de las cuatro dimensiones que definen el desarrollo sostenible (la ambiental, la económica, la social y la cultural) en el momento de diseñar el currículo formativo de los futuros maestros. A partir de trabajos estadísticos se pueden trabajar estas cuatro dimensiones de forma transversal y muy competencial.

Como trabajar la didáctica de la probabilidad y la estadística en la formación inicial de maestros a partir de nuestras experiencias

Para realizar nuestro trabajo, en primer lugar, no olvidamos nunca que utilizamos los estudios estadísticos para conocer, explicar y cuestionarnos nuestra realidad, la más cercana y la más lejana. En segundo lugar instamos a los estudiantes a plantearse preguntas sobre aspectos sobre los que les interese saber más y sobre los que puedan obtener información con el uso de un estudio estadístico. En tercer lugar, abordamos cómo pueden ayudarnos los estudios estadísticos a tomar decisiones. Es importante remarcar que lo que nos interesa no es tanto que aprendan a realizar estudios y cálculos estadísticos muy complejos o arduos, con operaciones repetitivas y largas, sino a saber apreciar la importancia del conocimiento de este bloque de conocimiento matemático y a ser críticos en el análisis de los estudios estadísticos más comunes en medios de comunicación para ser matemáticamente competente y por consiguiente, un ciudadano competente en el día de mañana.

Para el trabajo de la probabilidad, por un lado se intenta que se den cuenta que los conceptos matemáticos de este campo son poco intuitivos, no solo para los niños, también para los mayores. Un ejemplo clásico para demostrar la poca utilidad en algunos casos de la intuición en los cálculos de probabilidad es el concurso de las tres puertas, conocido como problema de Monty Hall. Una vez se les presenta el problema a los alumnos, la mayoría no entiende por qué tiene más probabilidad de ganar si cambia de puerta, pensando que debería ser de un 50% en los dos casos. En muchos casos, cuando se trabaja con probabilidades en las primeras edades de educación primaria, es de los primeros momentos donde el alumno debe hacer un ejercicio de abstracción y pensar de forma no determinista.

Contenidos

Nos encontramos en un programa de formación inicial de maestros y por lo tanto los aspectos didácticos son clave pero no podemos olvidar los contenidos porque sin ellos las orientaciones didácticas carecen de valor. Tomando como referencia el Currículo de educación primaria de la Generalitat de Catalunya y los Principios y Estándares americanos para la educación matemática del NCTM (2003), nuestra selección es la siguiente:

- Clasificar objetos y contar el número de objetos según las categorías.
- Formular cuestiones sobre datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlos.

- Selección y uso de métodos estadísticos básicos para desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en los datos.
- Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.
- Describir sucesos y discusión de probabilidad utilizando expresiones como seguro, posible, imposible.

Cómo trabajamos en “Matemáticas 2”

El número de alumnos en clase oscila entre los 30 y los 90 y en función de ello proponemos actividades organizativamente más o menos complejas.

Disponemos de la plataforma Moodle de la asignatura que va creciendo a medida que avanza el curso con las propuestas de materiales e ideas del profesor y de los alumnos.

Por regla general vamos construyendo el conocimiento a partir de las aportaciones que los alumnos hacen a nuestras propuestas de trabajo iniciales pero siguiendo un hilo conductor marcado por el profesor. De esta manera hemos ido avanzando progresivamente desde las propuestas para ciclo inicial de primaria hasta las más recomendables para el ciclo superior. De hecho, para cada ciclo educativo proponemos trabajar el mismo tipo de contenido pero, paso a paso, ir aumentando el nivel de complejidad variando las actividades educativas. La siguiente propuesta de organización de contenidos, ejemplos de actividades (que se van a desarrollar en la parte final de la comunicación) y gradación en función de la dificultad, es la que nosotros hemos llevado a la práctica. Nuestra propuesta:

- Aprender a plantear preguntas que ayuden a investigar sobre el tema que es de interés.
 - CI. Para empezar con los más pequeños proponemos partir de su realidad más cercana. Deberemos proponer cuestiones a cerca del grupo clase o de realidades imaginables como puede ser una imagen de una escena familiar. (Encontrarán dos ejemplos en el apartado final de la comunicación: ¿Qué queremos saber a cerca de nuestras actividades extraescolares que practican los niños de la clase? y ¿Qué vemos en el dibujo de Teo?)
 - CM. Ampliamos el campo de trabajo planteándonos preguntas que afecten a un colectivo más amplio o a una temática más compleja.
 - CS. La madurez personal y académica permitirá a los alumnos poderse cuestionar aspectos más profundos y comprometidos de la realidad. Aspectos que antes ni tan siquiera se planteaban por el volumen de datos que requerían, por la accesibilidad a ellos, por ser de opinión, etc.
- Obtención y organización de datos:
 - CI. Trabajamos con datos de la realidad más cercana que podemos organizar en tablas o representar directamente en el gráfico. Nos ha de servir para empezar a contar y clasificar por categorías. Per ejemplo, una actividad que nos puede ser de utilidad, es la de guardar los juguetes o el material de clase que hayamos utilizado, según unas categorías que previamente habremos definido.
 - CM i CS. Los datos los pueden recoger ellos mismos u obtenerlos de fuentes externas (prensa, internet, institutos de estadística, informes estadísticos, etc.). Pueden construir sus propias tablas y eso implica la toma de decisiones a cerca del formato, de los símbolos que usaremos para representar las opciones de voto, la representación y contaje de la frecuencia, etc.
- Representaciones gráficas
 - CI. Construcción de sus primeros diagramas. Éstos pueden ser en dos o tres dimensiones. Proponemos diagramas de barras, diagramas de puntos i diagramas temporales. En estas primeras etapas es importante empezar a hacer hincapié en la corrección de los gráficos. Por ejemplo, si decidimos construir un diagrama de barras apilando tarjetas o cajas de

cerillas, hemos de tener en cuenta que sean todos de la misma medida. Si estamos contabilizando, categorizando y representando en qué tipo de transporte hemos llegado a la escuela, el espacio que va a ocupar un patinete o un autobús, ha de ser el mismo. (Encontrarán un ejemplo en el apartado final de la comunicación: diagramas de barras 3D)

CM. Seguimos con los diagramas anteriores y añadimos los de sectores que, al igual que los de barras, también podemos construir con material. Los diagramas pueden construirlos ellos mismos u obtenerlos de fuentes externas (prensa, internet, institutos de estadística, informes estadísticos, etc.)

CS. En este nivel podemos añadir los histogramas y, por ejemplo, las pirámides de edad. Una actividad concreta que llevamos a cabo en clase y que fue especialmente interesante, fue la de proponer los gráficos para un recorte de prensa que carecía de ellos. (Encontrarán el ejemplo detallado en el apartado final de la comunicación “Las chicas: mejores en lectura, peores en matemáticas y más trabajadoras”)

- Aprender a distinguir el significado de distintos números.

CI, CM i CS. De manera progresiva, deberemos ir dando sentido a los diferentes tipos de datos y números que utilizamos para los estudios estadísticos: tipos de frecuencias y valores de los caracteres, datos cualitativos y datos cuantitativos.

- El conjunto de datos y muestreo.

CI. para que en estudios y edades más avanzados sean capaces de entender la estadística como un grupo de datos y aceptar el muestreo, primero han de haber pasado por la etapa en la que ellos se ven directamente reflejados en un estudio estadístico. De aquí la importancia que damos a las representaciones de diagramas de barras en los que las piezas para su construcción sean elementos que los representan a ellos mismos (tarjetas con su nombre, fotografías, etc.)

CM. Damos un paso más. Aunque sepan que cada uno de ellos es una de las piezas del estudio, lo que verdaderamente le da sentido es ver el conjunto de datos como un todo. Iremos avanzando hacia la idea de que los conjuntos de datos son muestras de una población más amplia.

CS. Después, aunque ellos no hayan formado parte ni tan siquiera de la muestra utilizada para un determinado estudio, sabrán y aceptarán que, si el muestreo lo permite, ellos también forman parte del estudio por semejanza.

- Extrapolar e inferir.

CI. Se puede empezar comparando los resultados de la propia clase con otra del mismo nivel y un número semejante de alumnos.

CM. Damos un paso más y empezamos a pensar cual puede ser el resultado del estudio para después compararlo con el resultado real.

CS. Siguiendo, y sin olvidar el objetivo principal de la estadística, el de ayudarnos a interpretar el mundo en el que vivimos, proponemos una actividad para los más mayores que les ha de impulsar a cuestionarse qué sucede en el mundo. (Encontrarán el ejemplo detallado en el apartado final de la comunicación “El mapa de la vergüenza” en el que podemos encontrar datos comparativos referentes a distintos países del mundo. Utiliza el Índice de Desarrollo Humano establecido por la ONU)

- Valores y parámetros estadísticos.

En el progreso a etapas superiores vamos mejorando no tan solo el cálculo de los parámetros sino sobretodo y más importante, en la interpretación de cada uno de ellos.

CI. Moda y frecuencia absoluta

CM. Moda, frecuencia absoluta, mediana y media aritmética.

CS. Frecuencias absolutas, relativas, moda, mediana, media aritmética y distancia a la media.

En paralelo a la labor de clase, los estudiantes realizan un trabajo en grupo en el que han de proponer diversas actividades para trabajar la estadística en primaria.

Ejemplos de actividades realizadas en el módulo para trabajar la estadística

- Primer ejemplo: ¿Qué queremos saber acerca de nuestras actividades extraescolares que practican los niños de la clase?

En esta propuesta los estudiantes deben hacer el ejercicio de profundizar en los múltiples aspectos que se pueden estudiar de un mismo tema. Algunas de las muchas propuestas fueron:

¿Qué actividades practican?

¿Cuántas actividades practican cada uno de ellos?

¿Por qué motivo realizara una determinada actividad?

¿Cuánto tiempo le dedica a la semana?

Si se trata de una actividad deportiva, ¿Es competitiva?

¿Cuánto tiempo hace que realizan una determinada actividad?

¿Les gustan las actividades extraescolares que realizan?

Usando el listado de todas ellas, pudimos hablar de los tipos de datos que se demandaban, de las opciones de respuesta, de la representación más adecuada según la edad, de parámetros estadísticos, etc. Es especialmente interesante darse cuenta de cuan importante es la buena redacción de la pregunta y el establecimiento de las posibles opciones de respuestas. A veces es necesario discutir un rato sobre aspectos no matemáticos para que el estudio estadístico gane en fiabilidad.

- Segundo ejemplo: ¿Qué vemos en el dibujo de Teo?

En la misma línea que el anterior, aquí los estudiantes debían proponer posibles aspectos a trabajar estadísticamente a partir del póster de Teo en la granja. Ocupan de esta manera y por unos momentos el lugar del niño y se enfrentan a sus retos para ver las limitaciones y posibilidades del material a trabajar.

Algunas de las muchas propuestas fueron: Clasificar los animales en función del número de patas, de si están dentro o fuera de la jaula, especie animal, si son ovíparos o vivíparos, si van vestidos o si tienen pico.

- Tercer ejemplo: Diagramas en 3 dimensiones.

Para representar, por ejemplo, qué y cuántas actividades extraescolares realiza cada niño, propusieron construimos un diagrama de barras usando cajas de cerillas. Cada niño dispondría de tantas cajas como actividades extraescolares realizara y así podría situarlas en las distintas columnas del gráfico en función de su elección. Este formato nos puede ser útil para ver que es imprescindible que cada caja, como representante de cada uno de los datos introducidos en el gráfico, tenga el mismo tamaño. A demás nos ayuda a que el niño tome consciencia de que él, a través de la información que ha dado, forma parte del estudio.

- Cuarto ejemplo: Recorte de prensa.

La ilustración de una noticia que contiene datos estadísticos pero no gráficos. Es importante elegir una noticia que sea de interés para quien haya de trabajarla y que nos de una cantidad y calidad de datos apropiada para primaria. Para ejemplizarlo usamos la noticia “Las chicas: mejores en lectura, peores en matemáticas y más trabajadoras” publicada en la Vanguardia en marzo de 2015 y relativa a los resultados del informe Pisa. Uno de los datos estadísticos que ofrecía era el siguiente: “A la hora de enfrentarse a la resolución de un problema matemático, el 47% de las estudiantes reconocen que se ponen muy nerviosas, frente al 36% de los estudiantes.”

La consigna era la siguiente: corrección matemática y atractivo publicitario por su claridad o/y originalidad.

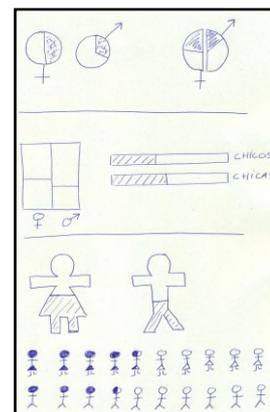


Imagen 1. Recorte de prensa.

- Quinto ejemplo: El mapa de la vergüenza

En este mapa podemos encontrar datos comparativos referentes a distintos países del mundo. Utiliza el Índice de Desarrollo Humano establecido por la ONU y que toma en consideración datos referentes a educación, salud y economía de cada país.

Al observar y analizar los datos que en él se pueden ver, perseguimos que los alumnos se cuestionen la sociedad y sus diferencias a través de las matemáticas y concretamente de la estadística. Los estudiantes han de plantearse preguntas sobre los datos y buscar y plantearse que otra información podrían recopilar para profundizar y no dar respuestas sin un criterio objetivo. Por ejemplo, pueden fijarse en que en la India y en España, aunque con porcentajes distintos, los ingresos económicos de los hombres son casi el triple que los de las mujeres en la India y el doble en España. Nos ayudaría a profundizar en el tema saber el número de mujeres y de hombres que tienen un salario, saber cual es la diferencia de salario entre hombres y mujeres por realizar un trabajo similar, etc.



Imagen 2. El Mapa de la Vergüenza.

En el siguiente enlace se ofrece un material didáctico para trabajarlo como proyecto en la escuela <http://www.xtec.cat/monografics/socials/mapavergonya/>.

Cómo trabajamos en “Investigación matemática en el aula de educación primaria”

Este módulo no es obligatorio, pertenece a la mención de Educación Científica y Ambiental. El número de alumnos oscila entre 15 y 30 por lo que nos permite trabajar de forma conjunta, tanto en gran grupo como en pequeños grupos de trabajo, pero siempre potenciando el diálogo y la discusión entre todos, siguiendo las características de la práctica reflexiva.

El objetivo principal del módulo es que conozcan el campo de la investigación en didáctica de las matemáticas, en qué consiste realizar investigación en este campo, principales líneas de investigación y que aprendan a realizar una pequeña investigación a partir del método de investigación-acción. Desde el área de la didáctica de las matemáticas pensamos que sería

bueno realizar esta pequeña investigación dentro del campo de estadística y probabilidad puesto que, en estos momentos, creemos que es de especial importancia dedicarle más tiempo para intentar que se trabaje de forma más constante en las escuelas, y no dejarla como último tema que, desgraciadamente, muchas veces se queda sin dar.

La metodología del módulo consiste en una primera exploración y análisis del campo de la investigación en didáctica. En segundo lugar se les explica los pasos que se deben seguir para realizar una investigación. Posteriormente los alumnos, en grupos de trabajo, deciden el tema que quieren investigar dentro del campo de la estadística y la probabilidad en educación primaria y elaboran el material necesario. Para que puedan llevar a cabo su trabajo de campo, se organiza una jornada-taller en un centro de primaria, donde los alumnos trabajaran con distintos grupos de alumnos de primaria a partir del material elaborado, para poder recoger y analizar los resultados para su estudio. Finalmente, se elaboran y discuten los resultados de forma conjunta, tanto en la facultad como en el centro donde se ha realizado la actividad.

Pensamos que de esta manera hay un doble enriquecimiento, por un lado los alumnos de la facultad se dan cuenta de las dificultades que presentan los niños al trabajar conceptos del bloque de estadística y probabilidad y, por otro lado, los niños trabajan de forma más dinámica y manipulativa este bloque de contenidos que, desgraciadamente, para algunos es el primer contacto que tienen con él.

Ejemplos de actividades realizadas en el módulo para investigar sobre la estadística y probabilidad en primaria

- Concepto de probabilidad con la carrera de caballos:

A partir del juego conocido como la carrera de caballos que consiste en que cada alumno escoge un caballo con un número del 1 al 12. Se tiran dos dados, se suman sus puntuaciones y avanza el caballo con la puntuación que ha salido. Los estudiantes de educación primaria pretendían investigar si los alumnos de primaria son capaces de ver que hay unos números con más probabilidad que otros a ser ganadores. Inicialmente los alumnos no se dan cuenta de las distintas probabilidades que tienen los caballos y no es hasta después de unas cuantas partidas cuando empiezan a razonar de forma más probabilística como que el uno no puede ganar nunca o que el doce casi nunca sale.



Imagen 3. Carrera de caballos.

- Estimación y gráficos estadísticos con caramelos Sugus:

A los alumnos de primaria se les enseñaba un bote lleno de sugus. En un primer momento debían estimar que color de sugus era el más predominante. Posteriormente se les repartía un puñado de sugus para cada alumno y, a partir de sus observaciones, debían contestar de nuevo la misma pregunta. Posteriormente se les enseñaban distintos gráficos de barras y sectores (con valores distintos respecto los colores de los sugus) y debían escoger el gráfico que más representaba el conjunto de sugus global.

Finalmente realizaban un diagrama de barras conjunto con todos los sugus agrupados por colores. Con estas actividades los estudiantes de educación primaria se dieron cuenta que los alumnos no eran muy buenos en estimación pero mayoritariamente sí que interpretaban correctamente los gráficos estadísticos.



Imagen 4. Gráficos estadísticos con sugus.

- Concepto de probabilidad a partir del juego de *pedra papel tijera*:

A partir del juego de *pedra, papel, tijera*, se pretendía estudiar si los alumnos se daban cuenta que las tres posibilidades (pedra, papel o tijera) tienen la misma probabilidad de ganar. Sorprendentemente para los estudiantes de educación primaria, vieron que los alumnos a estas edades les cuesta mucho darse cuenta de la probabilidad de un suceso y solo tienen en cuenta lo que ha salido en las partidas anteriores, visión determinista de los sucesos, argumentando por ejemplo que, el papel tenía más posibilidades de ganar porque había ganado más veces en las partidas que habían jugado.



Imagen 5. Piedra, papel, tijera.

- Concepto de probabilidad con piedras de colores:

La actividad consistía en tres bolsas con 6 piedras cada una. Una con piedras de color azul, otra de color verde y otra con piedras de color azul y verde. La estudiante para maestro sacaba dos piedras de una de las tres bolsas sin que los alumnos vieran de qué bolsa las había sacado, y debían decir de qué bolsa o bolsas podían ser. En esta actividad, una vez más, se puede constatar la visión determinista que tienen los alumnos frente a los hechos probabilísticos puesto que no entendían que las piedras podían ser de dos bolsas distintas (el caso que las dos bolas fueran de un color, podían ser o de la bolsa que contenía piedras de este color, o de la bolsa mezcla), argumentando que eran de una bolsa concreta.



Imagen 6. Piedras de colores

- Intuición de la probabilidad con el juego de las probabilidades:

Esta actividad consistía en un tablero con distintos caminos por los que podían avanzar solo si salía la opción que habían escogido al realizar algún experimento probabilístico. Los sucesos de los experimentos no eran siempre equiprobables. Consistían en escoger una carta entre un montón y acertar el color (había más cartas de un color que de otro), tirar una peonza con distintos colores posibles, tirar un dado, coger una bola de dentro de un saco,...

Los alumnos de primaria escogían los colores sin fijarse que algunos tenían mayores posibilidades de salir que otros.



Imagen 7. Juego de probabilidades.

- Sucesos seguros, posibles e imposibles:

Esta actividad consistía en clasificar ciertas frases (sucesos) en seguros, posibles o imposibles como por ejemplo, “si hoy es lunes, mañana será martes”, “si hoy ha llovido mañana saldrá el sol”, “Si hoy es domingo pasado mañana será lunes”. Posteriormente debían proponer ellos sucesos que fueran de los tres tipos. Aunque la clasificación la realizaron bastante bien, muchos de los sucesos que propusieron como seguros o imposibles, eran probables, como por ejemplo “mañana vendré al cole” porque no contemplaban la posibilidad de estar enfermos.



Imagen 8. Sucesos seguros, posibles e imposibles.

- Combinaciones con ropa:

Para estudiar qué nociones tenían los alumnos sobre combinatoria y que estrategias utilizaban para la resolución del problema, se les presentó tres camisetas y dos bufandas de distintos colores. Se les preguntaba a los alumnos de cuantas maneras podían salir a la calle vestidos de forma diferente. A unos grupos se les dejó la ropa para que pudieran manipular con ella y hacer las combinaciones, otros no tenían la ropa pero se les proporcionaba una hoja cuadrículada y al resto solo tenían una hoja en blanco. Ningún grupo siguió una estrategia de conteo ordenada y sólo en algún grupo de los que disponían de la ropa, fueron capaces de describir todas las combinaciones posibles.

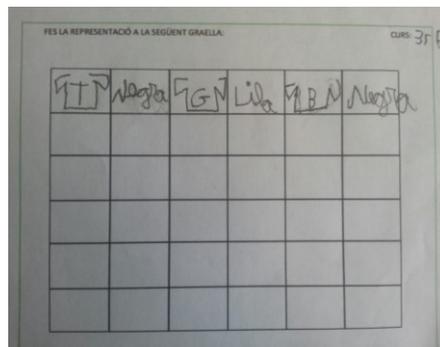
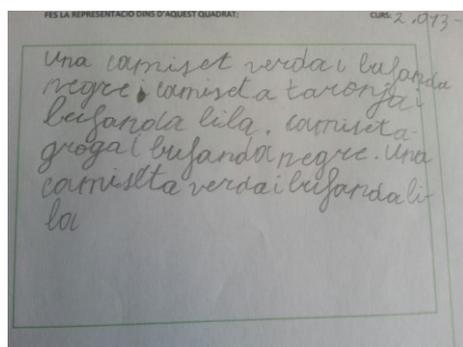


Imagen 9a y 9b. Combinaciones con ropa.

Bibliografía

Freudenthal, H (1991). Revisiting mathematics education. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Alsina, A (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. A M.J.

Bonil, J. & Sanmartí, N. & Tomás, C. & Pujol, RM. (2004). Un nuevo marco para orientar respuestas a las dinámicas sociales: el paradigma de la complejidad. *Investigación en la escuela*, 53, 5-20.

NCTM. (2003). Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Thales.